Super (a,d)-$\mathcal{H}$-Antimagic Total Selimut pada Graf Shackle Kipas F_4

Irma Azizah, Dafik
CGANT-Universitas Jember
Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember
e-mail: irma.azizah@ymail.com, d.dafik@gmail.com

Abstrak

A graph $G(V,E)$ has a $\mathcal{H}$-covering if every edge in E belongs to a subgraph of G isomorphic to $\mathcal{H}$. An (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering is a total labeling λ from $V(G)\cup E(G)$ onto the integers $\{1,2,3,...,|V(G)\cup E(G)|\}$ with the property that, for every subgraph A of G isomorphic to $\mathcal{H}$ the $\sum A = \sum_{v\in V(A)}\lambda(v)+\sum_{e\in E(A)}\lambda(e)$ forms an arithmetic sequence. A graph that admits such a labeling is called an (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering. In addition, if $\{\lambda(v)\}_{v\in V}=\{1,...,|V|\}$, then the graph is called $\mathcal{H}$-super antimagic graph. In this paper we study a super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total Covering of Shackle of Fan F_4.

Kata Kunci : *$\mathcal{H}$-super antimagic total covering, Shackles of F_4.*

Pendahuluan

Sebuah graf G adalah graf pohon dengan himpunan titik $V(G)$, himpunan sisi $E(G)$, banyaknya titik $|V(G)|=p$ dan banyak sisi $|E(G)|=q$ [3]. Salah satu graf yang menarik adalah graf kipas F_n. Graf kipas F_n merupakan graf yang memiliki 1 titik pusat dan n titik keliling yang kemudian dihubungkan titik-titik tersebut dengan syarat tertentu [6]. Salah satu topik dalam teori graf yang banyak mendapatkan perhatian adalah pelabelan graf. Pelabelan graf muncul pertama kali pada pertengahan tahun 1960-an [1]. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli maka pelabelan dibagi kedalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total [10]. Pelabelan titik pada graf adalah pelabelan dengan daerah asalnya berupa himpunan titik yang memenuhi sifat tertentu. Pelabelan sisi pada graf adalah pelabelan dengan daerah asalnya berupa himpunan sisi yang memenuhi sifat tertentu [9]. Sedangkan pelabelan total pada graf adalah pelabelan dengan daerah asalnya berupa himpunan titik dan sisi yang memenuhi sifat tertentu. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut, dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda [2]. Dalam [7], [8] ditunjukkan bahwa fungsi super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut akan diperoleh dengan melabeli titik, sisi, dan kemudian akan diperoleh fungsi titik, fungsi sisi, dan fungsi selimut total. Pada makalah ini, tidak dibahas lebih mendalam tentang pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut, pembaca dapat membacanya pada [4],[5].

Objek kajian yang berupa graf secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan total sisi-ajaib dengan mempertimbangkan konsep selimut-$\mathcal{H}$ yang diperlukan untuk mendefinisikan suatu graf G yang dikatakan $\mathcal{H}$-ajaib. Oleh karena itu, penelitian ini difokuskan pada menginvestigasi bagaimana menentukan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut dari shackle graf F_n untuk $n \geq 4$.

Teorema yang digunakan

Dalam bagian ini disajikan sebuah teorema penting terkait dengan pelabelan graf pada super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut of shackle of fan F_4. Teorema ini memberikan ide bagaimana penelitian ini dikembangkan. Dafik dalam [2] membuktikan sebuah teorema terkait dengan batas atas d untuk super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut untuk sebarang graf. Karena teorema ini sangat penting maka dalam hal ini dibuktikan kembali sebagai dasar untuk menentukan Super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut dari shackle graf F_n untuk $n \geq 4$.

Lemma 1 *[2] Jika graf $F_n(V,E)$ adalah super (a,d) antimagic total selimut maka*

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$$

untuk $s = |H_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$.

Proof. Bila G memeliki super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut λ dari $V(G) \cup E(G)$ terhadap bilangan bulat $\{1,2,3,...,|V(G) \cup E(G)|\}$ maka untuk subgraph A dari G isomorphic terhadap $\mathcal{H}$ berlaku

$\sum A = \sum_{v \in V(A)} \lambda(v) + \sum_{e \in E(A)} \lambda(e) = \{a, a+d, a+2d, \ldots, a+(s-1)d\}$

$$\begin{aligned}
(s-1)d &\leq p_H p_G - \tfrac{p_H-1}{2}p_H + q_H p_G + q_H q_G - \tfrac{q_H-1}{2}q_H - a\\
(s-1)d &\leq p_H p_G - \tfrac{p_H-1}{2}p_H + q_H p_G + q_H q_G - \tfrac{q_H-1}{2}q_H - (\tfrac{p_H}{2} + \tfrac{p_H^2}{2} +\\
&\qquad q_H p_G + \tfrac{q_H}{2} + \tfrac{q_H^2}{2})\\
(s-1)d &= p_H p_G - \tfrac{p_H^2}{2} + \tfrac{p_H}{2} + q_H q_G - \tfrac{q_H^2}{2} + \tfrac{q_H}{2} - (\tfrac{p_H}{2} + \tfrac{p_H^2}{2} + \tfrac{q_H}{2} + \tfrac{q_H^2}{2})\\
(s-1)d &= p_H p_G + q_H q_G - p_H^2 - q_H^2\\
(s-1)d &= p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2\\
(s-1)d &= (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H\\
d &\leq \tfrac{(p_G-p_H)p_H+(q_G-q_H)q_H}{s-1}
\end{aligned}$$

Jadi, untuk $s = |H_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$ terbukti bahwa $d \leq \frac{(p_G-p_H)p_H+(q_G-q_H)q_H}{s-1}$. □

Hasil Penelitian

Hasil penelitian ini didapatkan beberapa teorema terkait dengan pelabelan graf terhadap super (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering untuk graf shackle kipas F_n untuk $n \geq 4$. Seperti yang telah dibahas sebelumnya bahwa penelitian ini dikembangkan melalui pengambilan salah satu contoh graf kipas yaitu graf shackle F_n untuk $n \geq 4$. Berdasarkan Teorema 1, maka untuk $p_G = 3n + 2, q_G = 6n + 1, p_H = 14, q_H = 25$, dan $s = n$ didapatkan bahwa batas atas d dari super (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering untuk graf shackle kipas F_n untuk $n \geq 4$ adalah $d \leq 57$. Namun demikian dalam penelitian ini hanya disajikan beberapa nilai d yang baru diketemukan, dan disajikan dalam teorema-teorema berikut ini.

◇ **Teorema 1** *Jika Shackle graf F_n adalah super antimagic total selimut maka graf F_n memiliki super $(18n + 111, 8)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.*

Proof. Labeli titik graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_{iganjil}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n + 1$$

$$f(x_{igenap}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n$$

$$f(y_{iganjil}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n + 1$$

$$f(y_{igenap}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i) = 3i; 1 \leq i \leq n$$

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f adalah fungsi bijektif yang memetakan $f : V(F_n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, n+1\}$. Jika $w_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan beberapa buah label titik dari $\mathcal{H}$ yang menjadi selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, maka fungsi bijektif $w_{\alpha 1}$ dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha 1} &= f(x_{iganjil}) + f(x_{igenap}) + f(y_{iganjil}) + f(y_{igenap}) + f(z_i) \\ &= (3i - 1) + (3i - 2) + (3i - 2) + (3i - 1) + 3i \\ &\quad \text{jika } 1 \leq i \leq n \\ &= 15i - 6 \end{aligned}$$

Kemudian labeli sisi graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_i y_i) = 3n - i + 8; 1 \leq i \leq n + 1$$

$$f(z_i x_{i+1}) = 3n - i + 12; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i y_{i+1}) = 3n - i + 16; 1 \leq i \leq n$$

$$f(y_i y_{i+1}) = 3n - i + 20; 1 \leq i \leq n$$

$$f(x_i z_i) = 3n - i + 24; 1 \leq i \leq n$$

$$f(y_i z_i) = 3n - i + 28; 1 \leq i \leq n$$

Jika $W_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$ berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka $W_{\alpha 1}$ dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut $w_{\alpha 1}$ dan fungsi label sisi dengan syarat batas i yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{\alpha 1} &= w_{\alpha 1} + f(x_i y_i) + f(z_i x_{i+1}) + f(z_i y_{i+1}) + f(y_i y_{i+1}) + f(x_i z_i) + f(y_i z_i) \\ &= (15i - 6) + (3n - i + 8) + (3n - i + 12) + (3n - i + 16) + \\ &\quad (3n - i + 20) + (3n - i + 24) + (3n - i + 28) \\ &= 18n + 9i + 102 \end{aligned}$$

Dengan demikian $W_{\alpha 1} = 18n + 111, 18n + 119, ..., 26n + 103$. Karena $U_n = a + (n - 1)b = 18n + 111 + (n - 1)8 = 26n + 103$, sehingga terbukti bahwa graf F_n memiliki super $(18n + 111, 8)$-antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.

$\diamond$ **Teorema 2** *Jika Shackle graf F_n adalah super antimagic total selimut maka graf F_n memiliki super $(18n + 115, 3)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.*

Proof. Labeli titik graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_{iganjil}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n + 1$$

$$f(x_{igenap}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n$$

$$f(y_{iganjil}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n + 1$$

$$f(y_{igenap}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i) = 3i; 1 \leq i \leq n$$

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f adalah fungsi bijektif yang memetakan $f : V(F_n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, n+1\}$. Jika $w_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan beberapa buah label titik dari $\mathcal{H}$ yang menjadi selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, maka fungsi bijektif $w_{\alpha 1}$ dapat ditentukan sebagai berikut:

$$w_{\alpha 1} = f(x_{iganjil}) + f(x_{igenap}) + f(y_{iganjil}) + f(y_{igenap}) + f(z_i)$$

$$= (3i-1) + (3i-2) + (3i-2) + (3i-1) + 3i$$
$$\text{jika } 1 \leq i \leq n$$
$$= 15i - 6$$

Kemudian labeli sisi graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(z_i x_{i+1}) = 3n - 2i + 12; 1 \leq i \leq n$$
$$f(x_i y_i) = 3n - 2i + 13; 1 \leq i \leq n+1$$
$$f(x_i z_i) = 3n - 2i + 20; 1 \leq i \leq n$$
$$f(y_i z_i) = 3n - 2i + 21; 1 \leq i \leq n$$
$$f(z_i y_{i+1}) = 3n - i + 24; 1 \leq i \leq n$$
$$f(y_i y_{i+1}) = 3n - i + 26; 1 \leq i \leq n.$$

Jika $W_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$ berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka $W_{\alpha 1}$ dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut $w_{\alpha 1}$ dan fungsi label sisi dengan syarat batas i yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{\alpha 1} &= w_{\alpha 1} + f(z_i x_{i+1}) + f(x_i y_i) + f(x_i z_i) + f(y_i z_i) + f(z_i y_{i+1}) + f(y_i y_{i+1}) \\ &= (15i-6) + (3n-2i+12) + (3n-2i+13) + (3n-2i+20) + \\ &\quad (3n-2i+21) + (3n-i+24) + (3n-i+26) \\ &= 18n + 5i + 110 \end{aligned}$$

Dengan demikian $W_{\alpha 1} = 18n + 115, 18n + 118, ..., 21n + 112$. Karena $U_n = a + (n-1)b = 18n + 115 + (n-1)3 = 21n + 112$, sehingga terbukti bahwa graf F_n memiliki super $(18n + 115, 3)$-antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.

◇ **Teorema 3** *Jika Shackle graf F_n adalah super antimagic total selimut maka graf F_n memiliki super $(18n + 87, 24)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.*

Proof. Labeli titik graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_{iganjil}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n+1$$
$$f(x_{igenap}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n$$
$$f(y_{iganjil}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n+1$$
$$f(y_{igenap}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i) = 3i; 1 \leq i \leq n$$

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f adalah fungsi bijektif yang memetakan $f: V(F_n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, n+1\}$. Jika $w_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan beberapa buah label titik dari $\mathcal{H}$ yang menjadi selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, maka fungsi bijektif $w_{\alpha 1}$ dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha 1} &= f(x_{iganjil}) + f(x_{igenap}) + f(y_{iganjil}) + f(y_{igenap}) + f(z_i) \\ &= (3i-1) + (3i-2) + (3i-2) + (3i-1) + 3i \\ &\quad \text{jika } 1 \leq i \leq n \\ &= 15i - 6 \end{aligned}$$

Kemudian labeli sisi graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_i z_i) = 3n + 2i + 1; 1 \leq i \leq n$$

$$f(y_i y_{i+1}) = 3n + 2i + 2; 1 \leq i \leq n$$

$$f(x_i y_i) = 3n + i + 10; 1 \leq i \leq n + 1$$

$$f(y_i z_i) = 3n + i + 15; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i x_{i+1}) = 3n + i + 19; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i y_{i+1}) = 3n + i + 23; 1 \leq i \leq n.$$

Jika $W_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$ berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka $W_{\alpha 1}$ dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut $w_{\alpha 1}$ dan fungsi label sisi dengan syarat batas i yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{\alpha 1} &= w_{\alpha 1} + f(x_i z_i) + f(y_i y_{i+1}) + f(x_i y_i) + f(y_i z_i) + f(z_i x_{i+1}) + f(z_i y_{i+1}) \\ &= (15i - 6) + (3n + 2i + 1) + (3n + 2i + 2) + (3n + i + 10) + \\ &\quad (3n + i + 15) + (3n + i + 19) + (3n + i + 23) \\ &= 18n + 23i + 64 \end{aligned}$$

Dengan demikian $W_{\alpha 1} = 18n + 87, 18n + 111, ..., 42n + 65$. Karena $U_n = a + (n-1)b = 18n + 89 + (n-1)24 = 42n + 65$, sehingga terbukti bahwa graf F_n memiliki super $(18n + 87, 24)$-antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.

◇ **Teorema 4** *Jika Shackle graf F_n adalah super antimagic total selimut maka graf F_n memiliki super $(18n + 82, 29)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.*

Proof. Labeli titik graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_{iganjil}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n+1$$

$$f(x_{igenap}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n$$

$$f(y_{iganjil}) = 3i - 2; 1 \leq i \leq n+1$$

$$f(y_{igenap}) = 3i - 1; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i) = 3i; 1 \leq i \leq n$$

Dengan mudah dapat dipahami bahwa f adalah fungsi bijektif yang memetakan $f: V(F_n) \rightarrow \{1, 2, \ldots, n+1\}$. Jika $w_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot selimut dari pelabelan total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, dimana bobot selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan beberapa buah label titik dari $\mathcal{H}$ yang menjadi selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$, maka fungsi bijektif $w_{\alpha 1}$ dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{\alpha 1} &= f(x_{iganjil}) + f(x_{igenap}) + f(y_{iganjil}) + f(y_{igenap}) + f(z_i) \\ &= (3i-1) + (3i-2) + (3i-2) + (3i-1) + 3i \\ &\quad \text{jika } 1 \leq i \leq n \\ &= 15i - 6 \end{aligned}$$

Kemudian labeli sisi graf F_n untuk $n \geq 4$ dengan fungsi f yang didefinikan sebagai berikut:

$$f(x_i y_i) = 3n + 2i + 1; 1 \leq i \leq n+1$$

$$f(y_i y_{i+1}) = 3n + 2i + 2; 1 \leq i \leq n$$

$$f(x_i z_i) = 3n + 2i + 10; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i y_{i+1}) = 3n + 2i + 11; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i y_i) = 3n + 2i + 18; 1 \leq i \leq n$$

$$f(z_i x_{i+1}) = 3n + 2i + 19; 1 \leq i \leq n.$$

Jika $W_{\alpha 1}$ didefinisikan sebagai bobot total selimut pada shackle graf F_n untuk $n \geq 4$ berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka $W_{\alpha 1}$ dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut $w_{\alpha 1}$ dan fungsi label sisi dengan syarat batas i yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{\alpha 1} &= w_{\alpha 1} + f(x_i y_i) + f(y_i y_{i+1}) + f(x_i z_i) + f(z_i y_{i+1}) + f(z_i y_i) + f(z_i x_{i+1}) \\ &= (15i-6) + (3n+2i+1) + (3n+2i+2) + (3n+2i+10) + \\ &\quad (3n+2i+11) + (3n+2i+18) + (3n+2i+19) \end{aligned}$$

$$= 18n + 27i + 55$$

Dengan demikian $W_{\alpha 1} = 18n + 82, 18n + 111, \ldots, 47n + 60$. Karena $U_n = a + (n-1)b = 18n + 89 + (n-1)29 = 47n + 60$, sehingga terbukti bahwa graf F_n memiliki super $(18n + 82, 29)$-antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.

Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang disajikan dalam artikel dapat disimpulkan bahwa

- Graf F_n memiliki super $(18n+115, 3)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.
- Graf F_n memiliki super $(18n+111, 8)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.
- Graf F_n memiliki super $(18n+87, 24)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.
- Graf F_n memiliki super $(18n+82, 29)$ antimagic total selimut untuk $n \geq 4$.

Sedangkan nilai d lainnya, sementara peneliti belum menemukannya oleh karena itu diajukan masalah terbuka berikut:

Masalah Terbuka 1 *Tentukan keberadaan super (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering untuk graf shackle kipas F_n untuk $n \geq 4$ adalah $d \leq 57$ selain $d \in \{3, 8, 24, 29\}$.*

References

[1] A, Rosa.1967. On Certain Valuations of the Vertices of a Graph. In Theory of Graphs (Proc. Int. Symposium, Rome, July 1966), Gordon and Breach, N.Y. and Dunod Paris 349-355.

[2] Dafik, M. Miller, J. Ryan, M. Bača,Discrete Mathematics, On Super $(a, d)-$edge$-$Antimagic Total Labeling of Disconnected Graphs, 309 (2009), 4909-4915.

[3] Dafik, Antimagic Total Labeling of Disjoint Union of Disconnected Graphs, CSS Jember, (2013).

[4] Guti, Errez, Super (a,d) Antimagic Total Covering of G, England, (2005).

[5] Inayah, N. Pelabelan (a,d)-H-Anti Ajaib pada Beberapa Kelas Graf. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Bandung, Institut Teknologi Bandung, (2013).

[6] Karyanti. Pelabelan Selimut(a, d)-H-Anti Ajaib Super pada Graf Fan, Sun, dan Generalized Petersen. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Surakarta: Universitas Sebelas Maret.(2012).

[7] Liado, A. Super (a,d) Antimagic total Covering of G. Combin, Vol.55: 451-461, (2005).

[8] M. Bača, Yoquing Lin, dan Andrea, Note on Super Antimagicness of Disconnection Graphs (Fan), AKCE J. Graphs. Combin., 6 (2009), 47-55.

[9] Stewart, Antimagic Edge Labeling of Graphs, Diss., England, (1967).

[10] Sugeng, Kiki Ariyanti, Magic and Antimagic Labeling of Graphs, Diss., University of Ballarat, (2005).