

## **Analisis Model SIR dengan Imigrasi dan Sanitasi pada Penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember**

*(Analysis of SIR Model with immigration and sanitation in Hepatitis A disease in Jember District)*

Wanda Olyvia Anggraini<sup>1</sup>, Rusli Hidayat<sup>2</sup>, Kusbudiono<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember (UNEJ) Jln. Kalimantan 37, Jember 68121

<sup>3</sup>E-mail: rusli\_mat@yahoo.co.id

### **Abstrak**

Tujuan dari penelitian tugas akhir ini adalah menganalisis penyebaran penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember menggunakan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi. Setiap tahun di Kabupaten Jember terdapat manusia yang terinfeksi Hepatitis A. Adanya imigrasi pada suatu daerah dapat mempengaruhi penyebaran Hepatitis A. Program sanitasi merupakan upaya untuk mengurangi individu terinfeksi. Permasalahan tersebut dapat dimodelkan secara matematika menggunakan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi. Selanjutnya, untuk mengetahui perubahan jumlah individu terinfeksi dilakukan simulasi terhadap tingkat sanitasi dan imigrasi. Sehingga dapat diketahui pengaruh imigrasi dan sanitasi pada penyebaran penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember. Semakin tinggi tingkat sanitasi dan semakin rendah laju imigrasi dapat menekan jumlah individu yang terinfeksi sepanjang waktu ( $t$ ).

**Kata Kunci:** Hepatitis A, Model SIR, simulasi.

### **Abstract**

*The aim of this research is to analyze the spread of hepatitis A in Jember using SIR model with immigration and sanitation. Every year, there are always people infected Hepatitis A in Jember Regency. An immigration of an area can affect the spread of the disease. A sanitation program is a way to decrease the infected individuals. The problem can be modeled mathematically by using SIR model with immigration and sanitation. Then, a simulation towards the level of sanitation and immigration is conducted to know the change of the number of infected people, so the effect of immigration and sanitation to the spread of Hepatitis A disease in Jember Regency can be known. The higher level of sanitation and the lower level of immigration will decrease the number of infected individuals all the time ( $t$ ).*

**Keywords:** Hepatitis A, SIR model, Simulation.

## 1 Pendahuluan

Penyakit hepatitis A merupakan sebuah penyakit yang umum diderita oleh masyarakat. Jumlah penderita penyakit ini cenderung meningkat dan meluas. Penyakit hepatitis A disebabkan oleh virus *Hepatitis Virus tipe A (HVA)*.

Penyakit hepatitis A ini merupakan penyakit yang mudah menular dan dapat menyerang banyak orang sehingga dapat menimbulkan wabah. Hal ini disebabkan oleh kesehatan lingkungan yang kurang memadai, penyediaan air minum yang tidak memenuhi syarat yaitu masih buruknya tingkat sanitasi. Kabupaten Jember mempunyai kemungkinan endemik penyakit Hepatitis A. Hal ini dapat dilihat dari jumlah kasus yang terjadi setiap tahunnya.

Di Indonesia berdasarkan data yang berasal dari rumah sakit, hepatitis A masih merupakan bagian terbesar dari kasus-kasus hepatitis akut yang dirawat yaitu berkisar 39,8-68,3%. Pada tahun 2002-2003 terjadi KLB (Kejadian Luar Biasa) hepatitis dengan 80% penderita berasal dari kalangan mahasiswa. Dari data penderita hepatitis pada mahasiswa menunjukkan 56% mahasiswa tersebut terbiasa makan di warung atau pedagang kuliner kaki lima dengan hygiene sanitasi yang tidak baik [1].

Penyakit Hepatitis A yang menyebar pada suatu populasi dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematika. Menurut Hetchote dalam Kuntari [2] model penyebaran penyakit infeksi adalah model SIR, yang secara umum membagi populasi menjadi tiga bagian yaitu populasi susceptible (rentan) penyakit, populasi infected (terinfeksi) dan populasi recovered (sembuh).

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Kuntari yang mengkaji tentang model SIR dengan imigrasi dan sanitasi yang mana belum diterapkan pada studi kasus suatu daerah dan belum dihitung besaran titik kesetimbangan penyakit dan bilangan reproduksi dasar. Bilangan tersebut penting untuk dicari, ketika bilangan reproduksi dasar dapat diketahui maka akan diketahui penyakit tersebut endemik atau tidak dalam suatu daerah dan ketika titik kesetimbangan dapat diketahui maka akan diketahui pada kondisi seperti apa penyebaran penyakit tersebut mencapai kondisi setimbang.

Pada penelitian ini akan dilakukan analisis penyebaran penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember. Model yang digunakan merupakan model SIR (*Susceptible-Infected- Recovered*) dengan imigrasi dan sanitasi pada pengambilan data penelitian berasal dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jember dan Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember, dan dilakukan simulasi terhadap laju imigrasi dan tingkat sanitasi. Hal ini dikarenakan laju imigrasi dan tingkat sanitasi mempengaruhi penyebaran penyakit.

Tujuan dan manfaat yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk menganalisis penyebaran penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember menggunakan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi, sehingga diharapkan dapat meminimalisir penyebaran penyakit tersebut.

SIR merupakan model epidemik yang memiliki karakteristik bahwa setiap individu rentan terhadap suatu penyakit yang dinotasikan dengan (*Susceptible*), individu yang sudah terinfeksi penyakit dinotasikan (*Infected*) dan individu yang telah sembuh serta memiliki kekebalan (imun) terhadap penyakit dinotasikan dengan (*Recovered*). Contoh penyakit yang model penyebarannya merupakan model epidemik SIR diantaranya adalah campak, cacar, gondong dan sebagainya [3].

Dalam paper ini, analisis menggunakan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi,

yang mana merupakan model epidemik yang dimodifikasi dari model SIR. Menurut Guimaraens dan Codeco (dalam Kuntari, 2012) faktor sanitasi dapat menurunkan laju kontak. Faktor sanitasi merupakan fungsi  $c(H)$  yang berpengaruh terhadap laju kontak individu pada kelompok  $S$  dengan individu pada kelompok  $I$ . Fungsi  $c(H)$  merupakan sebuah fungsi kontinu yang mendeskripsikan efek sanitasi pada laju kontak, dengan merupakan sebuah konstanta dan  $H$  merupakan tingkat sanitasi yang bernilai 0 sampai 1. Perubahan jumlah individu pada model SIR dengan imigrasi dan sanitasi sebagai berikut:

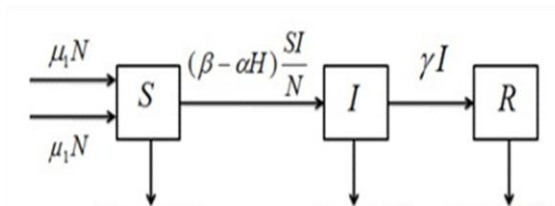
$$\frac{dS}{dt} = (\mu_1 + \mu_2)N - (\beta - \alpha H) \frac{SI}{N} - (\mu_1 + \mu_2)S$$

$$\frac{dI}{dt} = (\beta - \alpha H) \frac{SI}{N} - \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I - (\mu_1 + \mu_2)R$$

$$S(0), I(0), \mu_1, \mu_2, \beta, \gamma > 0 \text{ dan } R(0) \geq 0$$

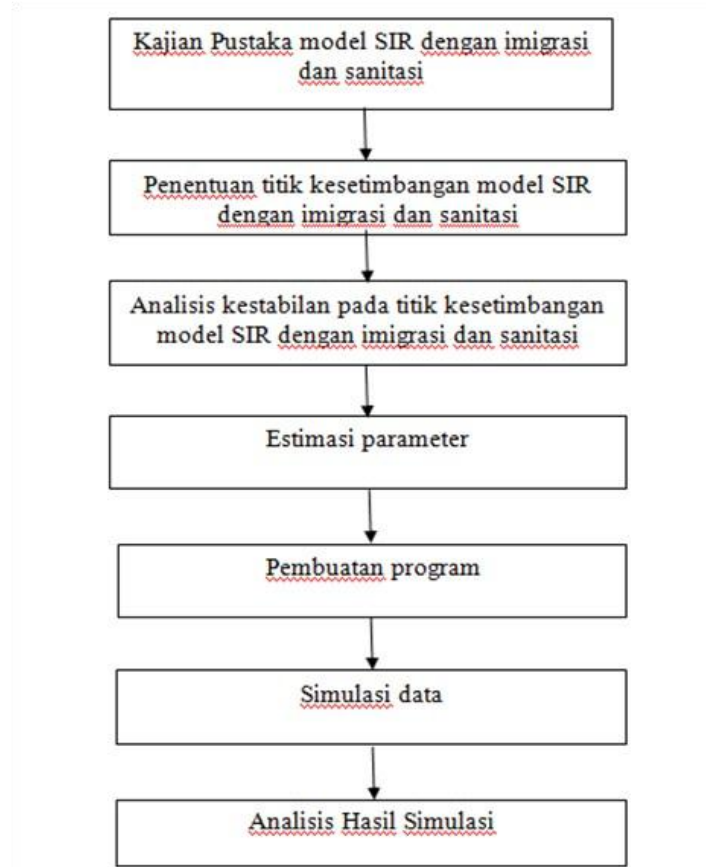
dimana parameter  $S$  adalah populasi susceptible,  $I$  adalah populasi infected,  $R$  adalah populasi recovered,  $\mu_1$  adalah laju kelahiran,  $\mu_2$  adalah laju imigrasi,  $\gamma$  adalah laju kesembuhan,  $\beta$  adalah laju kontak, fungsi  $c(H) = (\beta - \alpha H)$  dengan  $\alpha$  merupakan sebuah konstanta dan  $H$  merupakan tingkat sanitasi yang bernilai 0 sampai 1. Kompartemen model SIR dengan imigrasi dan sanitasi adalah sebagai berikut.



Gambar 1. Kompartemen model SIR dengan imigrasi dan sanitasi

## 2 Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jember dan Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember. Data berupa jumlah penderita Hepatitis A, jumlah imigrasi dan jumlah populasi manusia di Kabupaten Jember pada tahun 2013. Penelitian dilakukan dengan cara menghitung parameter berdasarkan data yang diperoleh, menentukan titik kesetimbangan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi, menganalisis stabilitas model SIR dengan imigrasi dan sanitasi, menentukan bilangan reproduksi dasar, mensimulasi model dan menganalisis hasil simulasi. Adapun skema penelitian dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 2. Skema Penelitian

### 3 Hasil Penelitian

Berdasarkan perhitungan data yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jember dan Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember, maka nilai dari parameter-parameter pada penelitian ini yaitu  $\mu_1=0,003$ ;  $\mu_2=0,0004$ ;  $\beta=0,5$ ; dan  $\gamma=0,75$ . Sedangkan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi di Kabupaten Jember adalah sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = 0,0034(S+I+R) - 0,14SI/(S+I+R) - 0,0034S$$

$$\frac{dI}{dt} = 0,14SI/(S+I+R) - 0,75I - 0,0034I$$

$$\frac{dR}{dt} = 0,75 - 0,0034R$$

$$S(0) = 1.677.631 ; I(0) = 57 ; R(0) = 0$$

Dimana titik kesetimbangan bebas penyakit untuk model tersebut adalah

$$T^0 = (S_0, I_0, R_0) = (N, 0, 0) = (1.677.631; 0; 0)$$

dan titik kesetimbangan endemiknya adalah

$$T^1 = (S_1, I_1, R_1)$$

$$= \frac{N(\gamma + (\mu_1 + \mu_2))}{\beta - \alpha H}, \frac{N(\mu_1 + \mu_2)((\beta - \alpha H) - (\gamma + \mu_1 + \mu_2))}{(\gamma + \mu_1 + \mu_2)(\beta - \alpha H)}, \frac{\gamma N((\beta - \alpha H) - (\gamma + \mu_1 + \mu_2))}{(\gamma + \mu_1 + \mu_2)(\beta - \alpha H)}$$

$$T^1 = (631.963,5; 1.892,7; 417.515)$$

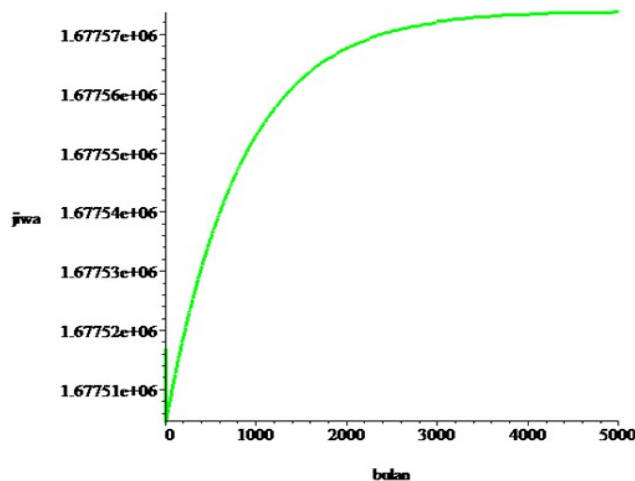
sedangkan bilangan reproduksi dasar model SIR dengan imigrasi dan sanitasi pada penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember adalah

$$R_0 = \frac{\mu_1^3 + \mu_2^3 + \mu_2^2 \alpha H + \mu_1^2 \alpha H + 3\mu_1 \mu_2^2 + 2\mu_1 \mu_2 \beta}{\mu_2^2 \gamma + \mu_1^2 \gamma + 2\mu_1 \mu_2 \gamma + 2\mu_1 \mu_2 \alpha H}$$

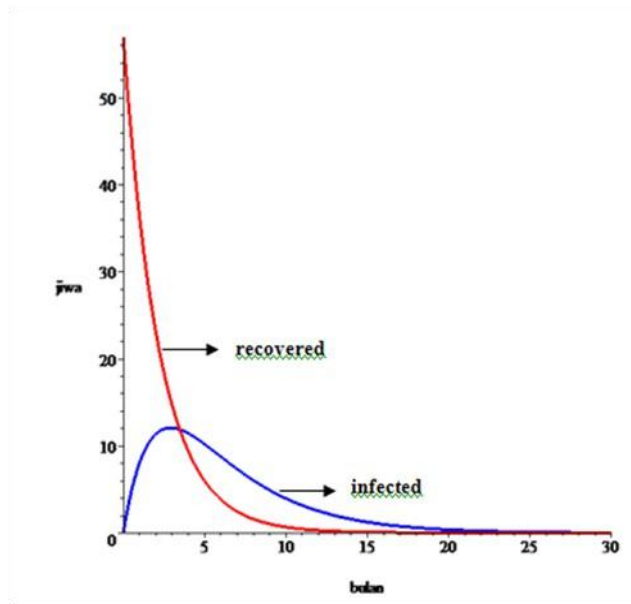
$$= 1,09$$

#### 4 Pembahasan

Berdasarkan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi pada penyakit Hepatitis A di atas, diperoleh plot grafik *susceptible*, *infected*, dan *recovered* populasi manusia dari model yang tampak pada Gambar 3 dan Gambar 4.



Gambar 3. Plot grafik *susceptible* model SIR dengan imigrasi dan sanitasi pada penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember

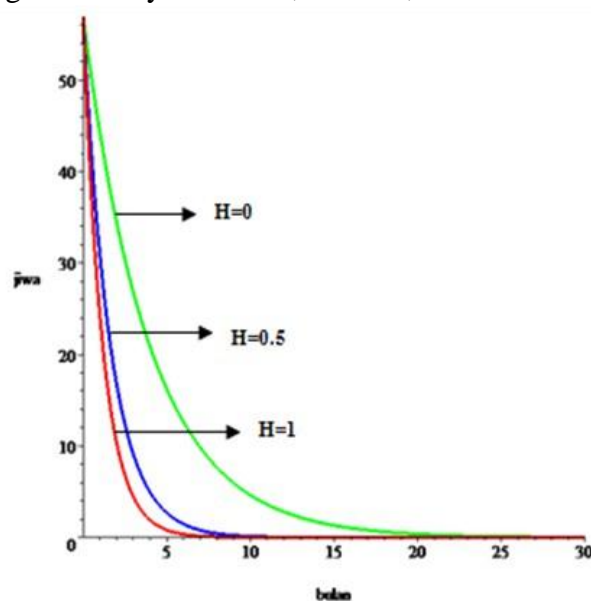


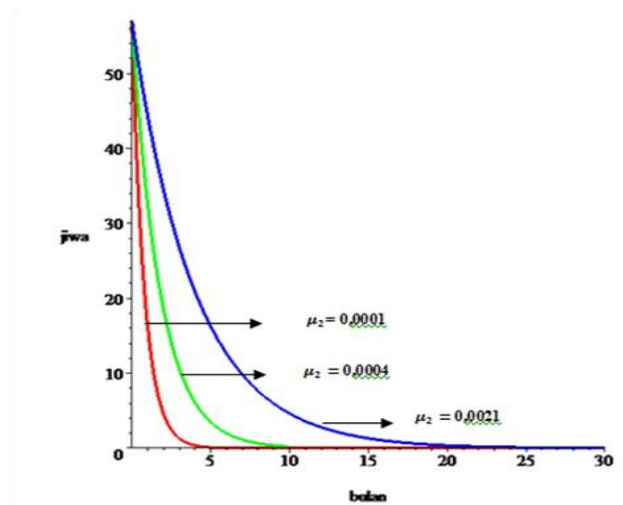
Gambar 4. Plot grafik *recovered* dan *infected* model SIR dengan imigrasi dan sanitasi pada penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember

Pada Gambar 3 plot *susceptible* menunjukkan bahwa populasi *susceptible* mengalami kenaikan sampai titik puncak yang berada pada posisi (3000; 1677572) yang artinya pada bulan ke-3000 populasi *susceptible* mencapai 1677572 jiwa. Pada posisi tersebut merupakan populasi rentan penyakit Hepatitis A mencapai angka tertinggi. Kenaikan tersebut disebabkan oleh aliran masuk pada kompartemen *susceptible* yang berupa tingkat kelahiran dan tingkat imigrasi dan laju perpindahan dari kompartemen *susceptible* ke *infected* lebih besar daripada aliran keluarnya yang berupa tingkat sanitasi dan laju perpindahan dari kompartemen *infected* ke *recovered*. Mulai bulan ke-4.500 populasi *susceptible* mengalami kestabilan pada titik kesetimbangan endemiknya yang berarti bahwa mulai bulan ke-4.500 jumlah populasi *susceptible* konstan. Karena penyebaran penyakit Hepatitis A ini merupakan penyakit endemik, maka populasi *susceptible* akan selalu ada meskipun dengan keadaan konstan.

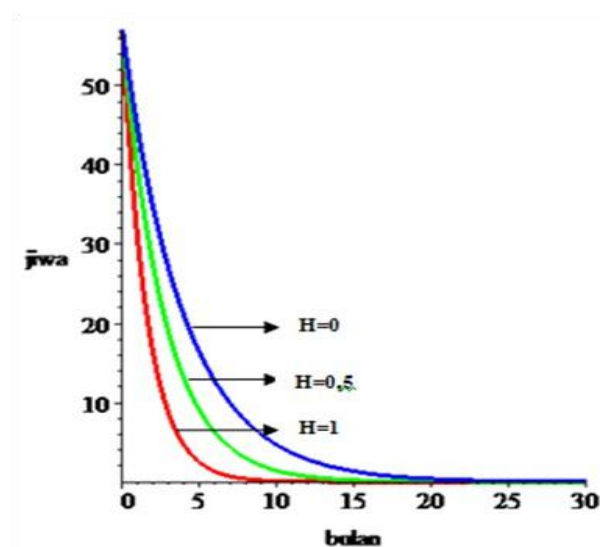
Pada gambar 4 diatas menunjukkan bahwa populasi *infected* mengalami penurunan yang disebabkan oleh aliran masuk pada kompartemen *infected* yang berupa laju kontak, laju kelahiran, laju imigrasi lebih besar daripada aliran keluarnya yang berupa laju kesembuhan. Populasi *infected* mengalami kestabilan mulai bulan ke 26. Populasi *infected* adalah populasi yang terinfeksi Hepatitis A. Nampak bahwa populasi *infected* mengalami kenaikan sampai titik puncak yang berada pada posisi (3;13) yang artinya pada bulan ke-3 populasi *infected* mencapai 13 jiwa. Kenaikan tersebut disebabkan oleh aliran masuk pada kompartemen *infected* yang berupa laju kesembuhan tinggi. Mulai bulan ke-17 populasi *infected* mengalami kestabilan pada titik kesetimbangan endemiknya. Hal ini menunjukkan bahwa mulai bulan ke-17 jumlah populasi *infected* konstan. Individu dalam populasi *recovered* adalah individu yang telah sembuh dari penyakit infeksi dan tidak akan terinfeksi lagi.

Untuk selanjutnya kita akan menganalisis perubahan individu terinfeksi setelah tingkat sanitasi dan laju imigrasi kita simulasi dengan nilai bervariasi. Untuk tingkat sanitasi ( $H$ ) nilai yang di ambil yaitu  $H = 0$ ,  $H = 0.5$ , dan  $H = 1$ .

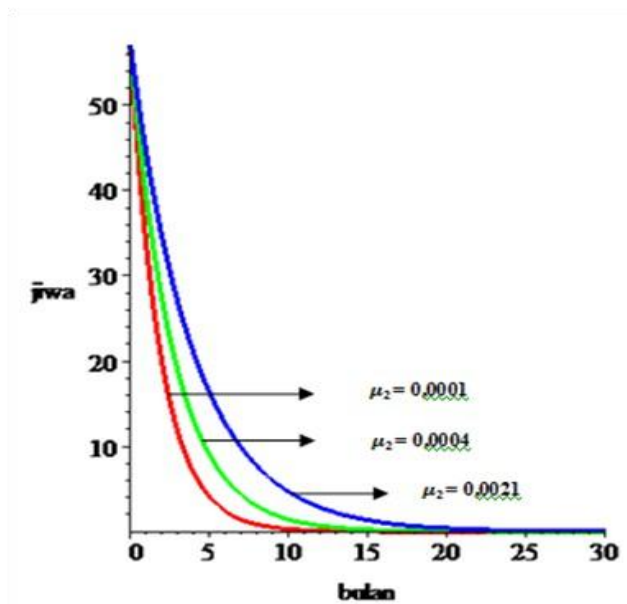


Gambar 5. Plot grafik *Infected* ketika H berubah-ubahGambar 6. Plot grafik *Infected* ketika  $\mu_2$  berubah-ubah

Berdasarkan Gambar 5 dan 6 dapat diketahui bahwa recovered lebih cepat dari bulan-bulan sebelumnya, tampak bahwa semakin tinggi tingkat sanitasi mengakibatkan jumlah recovered lebih cepat dan semakin kecil laju imigrasi mengakibatkan recovered lebih cepat dari bulan-bulan sebelumnya. Selanjutnya akan kita simulasi untuk perubahan individu terinfeksi ketika tingkat sanitasi berubah-ubah namun tanpa laju imigrasi ( $\mu_2=0$ ) dan sebaliknya ketika laju imigrasi berubah-ubah, namun tanpa sanitasi ( $H=0$ ).

Gambar 7. Plot grafik *Infected* ketika H berubah-ubah tanpa  $\mu_2$





Gambar 8. Plot grafik *Infected* ketika  $\mu_2$  berubah-ubah tanpa H

Berdasarkan Gambar 7 dan 8 dapat diketahui bahwa pengaruh imigrasi ataupun sanitasi sangat tampak, yakni pada gambar tersebut recovered lebih cepat sangat berpengaruh dari imigrasi maupun sanitasi. Dengan imigrasi rendah dan sanitasi tinggi jumlah individu terinfeksi semakin menurun drastis.

Dalam kajian ini, didapatkan hasil bahwa penyebaran penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember tidak akan hilang dari populasi dan menjadi endemik yang dapat mengakibatkan penderita penyakit Hepatitis A selalu ada setiap tahunnya. Dengan menggunakan model SIR dengan imigrasi dan sanitasi pada penyebaran penyakit Hepatitis A mendapatkan hasil bahwa penyakit Hepatitis A akan terus ada di Kabupaten Jember. Hal ini sesuai dengan keadaan sesungguhnya yang terjadi di Kabupaten Jember bahwa pada tahun 2011 terdapat 437 kasus, tahun 2012 terdapat 639 kasus, dan tahun 2013 terdapat 684 kasus Hepatitis A. Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa semakin baik tingkat sanitasi dan semakin menurun laju imigrasi, maka semakin cepat proses penyembuhan orang-orang terinfeksi penyakit Hepatitis A.

## 5 Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan uraian hasil dan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa penyakit Hepatitis A di Kabupaten Jember memiliki bilangan reproduksi dasar sebesar 1,09. Hal ini berarti penyakit Hepatitis A endemik di Kabupaten Jember.  $R_0 > 1$  menunjukkan bahwa setiap penderita Hepatitis A dapat menularkan penyakitnya kepada lebih dari satu penderita baru, sehingga pada akhirnya akan terjadi penyebaran penyakit Hepatitis A yang meluas di Kabupaten Jember. Maka dari itu, perlu adanya perbaikan tingkat sanitasi dan menekan angka imigrasi agar dapat mengurangi jumlah individu yang terinfeksi. Berdasarkan hasil simulasi, semakin tinggi tingkat sanitasi dan semakin rendah laju imigrasi dapat meurunkan angka individu terinfeksi.

## Daftar Pustaka

- [1] Dinkes Kab.Jember. 2003. *Laporan Tahunan Dinas Kesehatan Kabupaten Jember*. Jember: Katalog Dinkes Kab.Jember.
- [2] Kuntari. 2012. *Simulasi Model SIR dengan imigrasi dan sanitasi*. [http://math.mipa.uns.ac.id/assets/proceeding/155-161\\_template\\_artikel.pdf](http://math.mipa.uns.ac.id/assets/proceeding/155-161_template_artikel.pdf). [08Nov2012]
- [3] Hardiningsih, A. Y. 2010. *Kajian Model Epidemik SIR Deterministik dan Stokastik pada Waktu Diskrit*. <http://digilib.its.ac.id/public/TTS-Undergraduate-13427-Paper.pdf> [22 Juli 2013].