

Implementasi Metode Penalized Maximum Likelihood Estimation Pada Model Regresi Logistik Biner

(Implementation of Penalized Maximum Likelihood Estimation Methods
for Binary Logistic Regression Model)

Miftahus Sholihin¹, Alfian Futuhul Hadi², Dian Anggraeni³

¹Mahasiswa Matematika FMIPA Universitas Jember

mifta.sholihin@gmail.com

²Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

afhadi@unej.ac.id

³Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

Abstrak

Model regresi logistik biner merupakan salah satu model regresi logistik yang digunakan untuk menganalisa hubungan antara satu variabel respon bersifat biner dengan beberapa variabel prediktor bersifat kategorik. Parameter dari model regresi logistik biner diduga dengan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* yang selanjutnya diselesaikan dengan metode iteratif *Newton-Raphson*. Namun, dalam suatu kondisi tertentu metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* tidak dapat digunakan karena diperoleh penduga yang tidak konvergen. Untuk menyelesaikan hal tersebut, digunakan pendekatan metode *Penalized Maximum Likelihood Estimation (PMLE)* yang pertama kali diusulkan oleh Firth (1993). *Penalized Maximum Likelihood Estimation (PMLE)* merupakan hasil modifikasi fungsi skor *likelihood* menjadi fungsi skor *Penalized likelihood*. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder tentang pemberian kredit dari suatu badan usaha kepada peternak ayam potong, yang diperoleh dari Badan Usaha Peternakan di Kabupaten Magetan, Jawa Timur. Langkah-langkah dalam penelitian ini yang pertama adalah melakukan pendugaan parameter pada data menggunakan metode *MLE* dan *Iteratif Newton-Raphson* dengan bantuan Program R. Dari data yang di analisis, ditemukan masalah yaitu penduga parameter tidak konvergen. Kedua, mencari masalah yang mengakibatkan penduga tidak konvergen menggunakan peluang ketepatan alokasi yang dilanjut dengan memeriksa ragam penduga prediktor yang dibakukan. Dari data yang dianalisis mengandung masalah pemisahan kurang sempurna. Langkah terakhir mencari penduga parameter pada data tersebut yang telah teridentifikasi masalah pemisahan kurang sempurna menggunakan Metode *PMLE* untuk mendapatkan model terbaik. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa model terbaik dari data pembeikan kredit peternak ayam potong mengandung faktor-faktor yang paling mempengaruhi pemberian kredit tersebut, antara lain: faktor pengalaman, tingkat kebersihan kandang, tingkat kelembaban kandang, dan luas area kandang.

Kata Kunci: Iteratif *Newton-Raphson*, *Maximum Likelihood Estimation*, *Penalized Maximum Likelihood Estimation*, Model Regresi Logistik Biner, Skor *Penalized Likelihood*

Abstract

Binary logistic regression model is one of the logistic regression models that is used to analyze the correlation between the binary response variable and several categorical predictor variables. The parameters of the binary logistic regression models are estimated by Maximum Likelihood Estimation (MLE) method which subsequently solved by iterative Newton-Raphson method. However, in certain circumstances the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method cannot be used

because non-convergent estimator is obtained. To resolve the problem, it is used the approach of *Penalized Maximum Likelihood Estimation (PMLE)* method which was first proposed by Firth (1993). *Penalized Maximum Likelihood Estimation (PMLE)* is a result of modification of likelihood score function into *Penalized likelihood score function*. Data used in this study was secondary data on the lending from a business entity to broiler breeders, which was obtained from Farm Enterprises in Magetan Regency, East Java Province. In this research, the first step is estimating the parameter of the data by using the MLE method and Newton-Raphson Iterative method with the help of R program. From data analysis, it is found a problem, i.e. non-convergent parameter estimator. The second step is seeking problems resulting non-converge estimator using opportunities of allocation accuracy and continued by examining the standardized predictor variance estimators. The data that were analyzed contained quasi-complete separation problem. The final step is searching for the parameter estimators of the data which were identified quasi-complete separation problem using PMLE method to obtain the best model. The results of this study indicate that the best model of the data of broiler breeder credit contains factors that most influence the granting of the credit, i.e.: the experience factor, cage cleanliness level, cage humidity level, and the area of the cage.

Keywords: *Iterative Newton-Raphson, Maximum Likelihood Estimation, Penalized Maximum Likelihood Estimation, Binary Logistic Regression Model, Penalized Likelihood Score*

1 Pendahuluan

Analisis regresi merupakan salah satu metode yang sangat populer dalam mencari hubungan antara dua variabel atau lebih. Analisis ini sering digunakan untuk menggambarkan garis yang menunjukkan arah hubungan antar variabel, serta digunakan juga untuk melakukan prediksi. Analisis regresi sering disebut sebagai model statistika (*statistical model*), yaitu berkaitan dengan mempelajari hubungan fungsional dua peubah atau lebih[1]. Secara umum, analisis regresi digunakan untuk menganalisis data dengan variabel respon berupa data kuantitatif. Akan tetapi di sisi lain banyak ditemukan masalah dengan variabel respon berupa data kualitatif. Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan analisis regresi logistik. Dalam kehidupan sehari-hari banyak ditemukan juga masalah bahwa variabel respon pada suatu data kualitatif bersifat biner. Untuk dapat menyelesaikannya, masalah tersebut digambarkan ke dalam suatu model yang dikenal dengan model regresi logistik biner[2]. Model regresi logistik biner merupakan salah satu model regresi logistik yang digunakan untuk menganalisa hubungan antara satu variabel respon bersifat biner dengan beberapa variabel prediktor kategorik[3].

Parameter dari model regresi logistik biner diduga dengan metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* yang selanjutnya diselesaikan dengan metode iteratif *Newton-Raphson*. Namun, dalam suatu kondisi tertentu metode *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* tidak dapat digunakan karena satu atau kombinasi beberapa prediktor yang akan menyebabkan variabel prediktor dan variabel respon terpisah secara sempurna atau kurang sempurna sehingga penduga menjadi tidak konvergen[4]. Untuk menyelesaikan hal tersebut, digunakan pendekatan metode *Penalized Maximum Likelihood Estimation (PMLE)* yang pertama kali diusulkan oleh Firth (1993).

Penalized Maximum Likelihood Estimation (PMLE) merupakan hasil modifikasi . fungsi skor *likelihood* menjadi fungsi skor *Penalized likelihood* [5].

Dalam penelitian Evelin (2012), telah dibahas tentang PMLE untuk masalah pemisahan kurang sempurna dengan menggunakan data sekunder tentang pemberian kredit oleh pemerintah kepada petani rumput laut di Kabupaten Kupang. Selanjutnya dalam penelitian ini membahas tentang metode PMLE untuk masalah pemisahan secara umum dengan data sekunder dari Badan Usaha Pengelolaan Peternak Ayam Potong di Kabupaten Magetan.

Tujuan dari penelitian ini adalah yang pertama mendapatkan model terbaik terhadap data sekunder yang mengandung masalah pemisahan. Yang ke dua adalah data tersebut diterapkan pada model regresi logistik biner dan diselesaikan menggunakan metode *Penalized Maximum Likelihood Estimation* (PMLE). Pada tahun 1993, Firth mengusulkan suatu metode untuk menghilangkan bias orde pertama pada keluarga sebaran eksponensial yang diakibatkan oleh penggunaan contoh berukuran kecil sehingga menyebabkan penduga tidak konvergen. Firth (1993) mengusulkan bahwa bias orde pertama $O(N^{-1})$ dapat dihilangkan dengan memodifikasi u yaitu:

$$b(\beta) = (I(\beta))^{-1} X'W\xi$$

dari modifikasi tersebut didapatkan fungsi *penalized likelihood* yaitu:

$$L^*(\beta) = L(\beta) |I(\beta)|^{\frac{1}{2}}$$

dengan *penalized log-likelihood* yaitu:

$$l^*(\beta) = l(\beta) + \frac{1}{2} \ln |I(\beta)|$$

2 Metode Penelitian

Penelitian ini termasuk penelitian kuantitatif yang bertujuan untuk mendapatkan faktor-faktor yang paling berpengaruh dalam pengambilan suatu keputusan.

2.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder dari Badan Usaha Pengelolaan Peternak Ayam Potong di Kabupaten Magetan, Jawa Timur. Maksud dari penelitian ini berisi tentang pemberian kredit dari Badan Usaha Pengelolaan Peternakan kepada pengelola peternakan ayam potong. Banyak responden pada data yang digunakan ini 100 orang.

2.2 Identifikasi Peubah

Peubah yang digunakan dalam penelitian ini adalah satu peubah respon dan enam peubah prediktor. Peubah respon dari data tersebut adalah keputusan “ya” atau “tidak” penerimaan kredit pengelola peternakan ayam potong di Kabupaten Magetan yang dinyatakan sebagai berikut:

Variabel respon

y_i : 1 = Peternak ayam potong yang menerima kredit

0 = Peternak ayam potong yang tidak menerima kredit

Sedangkan peubah prediktor yang digunakan sebagai berikut:

- X_1 : Pengalaman (tahun)
- X_2 : Lama pendidikan formal (tahun)
- X_3 : Usia peternak (tahun)
- X_4 : Tingkat kebersihan kandang (%)
- X_5 : Tingkat kelembaban kandang (%)
- X_6 : Luas area kandang (m^2)

3 Metode Penelitian

Pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan *software* R, dan paket yang digunakan adalah paket Logistf. Paket Logistf adalah salah satu paket statistika yang secara khusus menangani masalah data yang mengandung pemisahan dengan menggunakan metode *penalized likelihood*.

3.1 Langkah Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan kajian pustaka tentang pemberian kredit Badan Usaha Peternakan Kabupaten Magetan, Provinsi Jawa Timur serta menentukan faktor apa saja yang diduga mempengaruhi seorang peternak ayam potong dapat menerima kredit.
2. Memodelkan data pemberian kredit Badan Usaha Peternakan menggunakan model regresi Logistik Biner dengan *software* R.
3. Pengujian keberadaan masalah pemisahan dengan menggunakan peluang ketepatan alokasi dan ragam penduga parameter yang dibakukan.
4. Pengujian pendugaan parameter menggunakan metode PMLE untuk menyelesaikan masalah pemisahan.
5. Pengujian penduga parameter secara parsial menggunakan Uji Wald dan secara simultan menggunakan Uji G.
6. Pengujian uji kebaikan model menggunakan metode *backward*.
7. Interpretasi hasil menggunakan *Odds Ratio (OR)*

4 Hasil dan Pembahasan

4.1 Pendugaan Parameter dengan Metode *Maximum Likelihood Estimation* dan Metode Iteratif *Newton Raphson*.

Tabel 1 Penduga Parameter Model Regresi Logistik Biner

Iter (t)	Penduga Parameter						
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$
0	-0,753772	0	0	0	0	0	0
1	-8,977030	0,192714	-0,03478	-0,00786	0,181965	-0,29764	0,001694
2	-3,390734	0,228692	-0,03695	-0,00863	0,215983	-0,62153	0,002030
3	8,900330	0,225408	-0,03862	-0,00791	0,209240	-1,04761	0,002021
4	21,249983	0,219499	-0,03922	-0,00748	0,201858	-1,47188	0,001975
5	32,787089	0,217068	-0,03937	-0,00733	0,198954	-1,88159	0,001956
6	43,986535	0,216157	-0,03941	-0,00728	0,197881	-2,28520	0,001948

7	55,060021	0,215821	-0,03943	-0,00726	0,197486	-2,68653	0,001945
8	66,087065	0,215697	-0,03943	-0,00725	0,197341	-3,08703	0,001944
9	77,097014	0,215651	-0,03944	-0,00725	0,197288	-3,48721	0,001944
10	88,100675	0,215634	-0,03944	-0,00725	0,197268	-3,88727	0,001944
11	90,910	0,215634	-0,03944	-0,00725	0,1973	-4,287	0,001944
12	100,101	0,215634	-0,03944	-0,00725	0,1973	-4,687	0,001944
13	100,211	0,215634	-0,03944	-0,00725	0,1973	-5,087	0,001944
14	100,321	0,215634	-0,03944	-0,00725	0,1973	-5,487	0,001944
15	100,431	0,215634	-0,03944	-0,00725	0,1973	-5,887	0,001944
$Q_j^{(t=8)}$	11,009949	0,000046	0,00001	0	0,000053	0,40018	0
$R_j^{(t=8)}$	121,595699	1,5376e-08	0	1e-10	2,1025e-08	0,16040025	1e-12

Untuk mengidentifikasi kriteria kekonvergenan pada **Tabel 1** menggunakan rumus yang didefinisikan sebagai berikut:

$$|\hat{\beta}_j^{(t+1)} - \hat{\beta}_j^{(t)}| \quad \text{dan} \quad c \left(\hat{\beta}_j^{(t)} - \hat{\beta}_j^{(t-1)} \right)^2$$

Dalam **Tabel 1** terlihat bahwa pada saat iterasi ke delapan ($t = 8$) untuk penduga parameter $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_4$ dan $\hat{\beta}_5$ kriteria kekonvergenan $Q_j^{(t=8)} \leq R_j^{(t=8)}$ dengan $c = 1$ tidak terpenuhi. Hal ini diperkuat juga dari peringatan yang disampaikan di dalam program saat menghitung penduga parameter. Di mana peringatan tersebut adalah sebagai berikut:

Warning: glm.fit2: algorithm did not converge. Try increasing the maximum iterations

sehingga diperlukan pemeriksaan lanjutan terhadap peluang ketepatan alokasi.

4.2 Menghitung Peluang Ketepatan Alokasi

Berikut merupakan hasil penghitungan peluang ketepatan alokasi untuk iterasi ($t > 8$).

Tabel 2 Peluang Ketepatan Alokasi

Iterasi (t)	Peluang Ketepatan Alokasi (%)					
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
9	44,63	50,98	50,18	45,08	97,03	49,95
10	44,63	50,98	50,18	45,08	97,99	49,95
11	44,63	50,98	50,18	45,08	98,64	49,95
12	44,63	50,98	50,18	45,08	99,08	49,95
13	44,63	50,98	50,18	45,08	99,38	49,95
14	44,63	50,98	50,18	45,08	99,58	49,95

Pada Tabel 2 terlihat bahwa pada iterasi $t > 8$ terdapat peluang ketepatan alokasi lebih dari 95%, yakni tepatnya pada variabel X_5 . Hal ini mengindikasikan bahwa pada data yang di analisis terjadi masalah pemisahan kurang sempurna. Untuk memperkuat indikasi tersebut, maka dilakukan pemeriksaan ragam penduga parameter bagi peubah prediktor yang dibakukan.

4.3 Pemeriksaan Ragam Penduga Prediktor yang Dibakukan

Berikut merupakan hasil pemeriksaan ragam penduga bagi peubah prediktor yang dibakukan untuk iterasi ($t > 8$).

Tabel 3 Ragam Penduga Prediktor yang Dibakukan

Iterasi (t)	Ragam Penduga					
	$Var(\hat{\beta}_{Z_{X_1}})$	$Var(\hat{\beta}_{Z_{X_2}})$	$Var(\hat{\beta}_{Z_{X_3}})$	$Var(\hat{\beta}_{Z_{X_4}})$	$Var(\hat{\beta}_{Z_{X_5}})$	$Var(\hat{\beta}_{Z_{X_6}})$
9	74,97482	41,93352	1,225753	23,13755	102,4828	0,01035
10	203,7976	113,9847	3,331884	62,89017	278,5601	0,028133
11	553,9743	309,8401	9,056944	170,949	757,1878	0,076473
12	1505,853	842,2304	24,61927	464,6833	2058,233	0,207875
13	4093,328	2289,417	66,92205	1263,136	5594,84	0,565062
14	11126,81	6223,279	181,9129	3433,555	15208,33	1,535997

Semua ragam penduga bagi peubah prediktor dapat dibakukan mengikuti sebaran Z karena ragam penduga dari masing-masing prediktor bersifat kontinu. Pada **Tabel 3** memperlihatkan bahwa ragam penduga bagi peubah prediktor yang dibakukan untuk X_1, X_2, X_3, X_4 , dan X_5 lebih dari 5. Hal ini mengindikasikan bahwa telah terjadi masalah pemisahan kurang sempurna. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa masalah pemisahan pada data tersebut sama dengan Evellin (2012) yaitu pemisahan kurang sempurna. Selanjutnya untuk mengatasi masalah tersebut dilakukan pendugaan parameter dengan menggunakan metode *Penalized Maximum Likelihood Estimation* (PMLE).

4.4 Pendugaan Parameter Menggunakan Metode *Penalized Maximum Likelihood Estimation* (PMLE)

Tabel 4. Hasil pendugaan dan Pengujian Parameter

Peubah Prediktor (X_j)	$\hat{\beta}_j$	$SE(\hat{\beta}_j)$	$ W_j $	Keputusan
X_1	0,3254	0,3293	0,9881	Tolak H_0
X_2	-0,0265	0,2477	0,1069	Terima H_0
X_3	-0,0087	0,0454	0,1916	Terima H_0
X_4	0,1221	0,2233	0,5468	Tolak H_0
X_5	-0,888	0,4459	1,9915	Tolak H_0
X_6	0,0014	0,004	0,35	Terima H_0
		Log-likelihood	= -40,74667	
		Statistik uji G	= 104,4021	

Berdasarkan uji Wald yang dihasilkan pada **Tabel 4**, terlihat bahwa faktor yang mempengaruhi pengambilan keputusan yang secara signifikan tidak berpengaruh nyata pada taraf $\alpha = 5\%$ adalah faktor pendidikan formal (X_2), usia peternak (X_3), dan luas area kandang (X_6).

Berdasarkan uji G , keputusan yang diambil adalah tolak H_0 karena $G = 104,7561 > \chi^2_{6(0,05)} = 12,592$, sehingga dapat disimpulkan bahwa secara simultan faktor pengalaman (X_1), tingkat kebersihan kandang (X_4), dan tingkat kelembaban kandang (X_5) merupakan faktor-faktor yang layak dimasukkan ke dalam model. Karena faktor pendidikan formal (X_2), usia peternak (X_3), dan luas area kandang (X_6) tidak layak dimasukkan ke dalam model, maka dilakukan uji kebaikan model untuk mendapatkan model terbaik.

4.5 Uji Keباikan Model

Tabel 5. Hasil Uji kebaikan Model dengan metode *Backward*

Peubah <i>l</i>	Prediktor yang Direduksi	G_{p-l+1}	G_{p-l}	G_l^2	$P(\chi_{(1)}^2 > G_l^2)$	Keputusan
0	-	-	104,4021	-	-	-
1	X_2	104,4021	106,3745	1,9724	0,16019	Terima H_0
2	X_2, X_3	106,3745	108,5714	2,1969	0,13829	Terima H_0
3	X_2, X_3, X_6	108,5714	113,0574	4,486	0,03417	Tolak H_0

Tabel 5 menunjukkan bahwa ketika X_6 direduksi setelah X_2 dan X_3 di reduksi dari model mengakibatkan model menjadi tidak sesuai karena nilai $0,03417 < 0,05$ yang berarti tolak H_0 . Oleh karena itu proses pereduksian untuk peubah prediktor X_6 tidak dilanjutkan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa model terbaik yang digunakan mengandung prediktor X_6 .

4.6 Interpretasi Hasil

Hasil interpretasi *Odds Ratio* untuk penduga parameter model regresi logistik biner disajikan pada tabel 4.10 dimana sebagai berikut.

Tabel 6. *Odds Ratio* untuk Penduga Parameter dengan Model Regresi Logistik Biner

Peubah Prediktor	Penduga Parameter	<i>Odds Ratio</i>
X_1	0,416	1,516
X_4	0,173	1,189
X_5	-0,929	0,395
X_6	0,002	1,002

Rasio odds X_1 bernilai 1,516 menunjukkan bahwa peternak yang mempunyai pengalaman 1 tahun lebih lama dibanding peternak lain memiliki kecenderungan menerima bantuan kredit meningkat sebesar 1,516 kali. Rasio odds X_4 bernilai 1,189 menunjukkan bahwa peternak yang memiliki kandang dengan tingkat kebersihan 1% lebih tinggi dibanding peternak lain memiliki kecenderungan menerima kredit sebesar 1,189 kali. Rasio odds X_5 bernilai 0,395 menunjukkan bahwa peternak yang memiliki kandang dengan tingkat kelembaban 1% lebih rendah dibanding peternak lain memiliki kecenderungan menerima kredit sebesar 0,395 kali. Sedangkan Rasio odds X_6 bernilai 1,002 menunjukkan bahwa peternak yang memiliki kandang 1 m^2 lebih luas dibanding peternak lain memiliki kecenderungan menerima kredit sebesar 1,002 kali.

Dari hasil interpretasi *Odds Ratio* tersebut, dapat ditentukan urutan prioritas dari faktor-faktor yang paling mempengaruhi penerimaan kredit. Dengan urutan prioritas tersebut dapat menjadi pertimbangan seorang peternak ayam potong memperoleh peluang lebih besar untuk menerima kredit. Urutan prioritas dari faktor-faktor tersebut dilihat dari nilai *Odds Ratio* terbesar, yaitu: faktor pengalaman (X_1), tingkat kebersihan kandang (X_4), luas area kandang (X_6), dan tingkat kelembaban kandang (X_5).

5 Penutup

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan rumusan masalah dan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa:

- 5.1.1 Pendugaan parameter model regresi logistik biner diselesaikan menggunakan metode *Penalized Maximum Likelihood Estimation* (PMLE) dikarenakan pada model tersebut saat diselesaikan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan iteratif *Newton Raphson* mengakibatkan terjadinya masalah pemisahan kurang sempurna.
- 5.1.2 Model terbaik dari data Penerimaan Kredit Peternak Ayam Potong di Kabupaten Magetan mengandung prediktor faktor pengalaman (X_1), tingkat kebersihan kandang (X_4), tingkat kelembaban kandang (X_5), dan area kandang yang luas (X_6) sehingga seorang peternak ayam potong berpeluang besar menerima kredit apabila memiliki pengalaman yang lama, tingkat kebersihan kandang yang tinggi, tingkat kelembaban kandang yang rendah dan area kandang yang luas. Model yang diperoleh adalah sebagai berikut:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(6,635 + 0,416X_1 + 0,173X_4 - 0,929X_5 + 0,002X_6)}{1 + \exp(6,635 + 0,416X_1 + 0,173X_4 - 0,929X_5 + 0,002X_6)}$$

5.2 Saran

Saran-saran yang dapat penulis berikan adalah sebagai berikut:

- 5.2.1 Menerapkan metode PMLE pada model regresi lain seperti regresi logistik ordinal atau multinomial.
- 5.2.2 Perlu diperhitungkan faktor-faktor lain yang mempengaruhi penerimaan kredit Peternak Ayam Potong di Kabupaten Magetan seperti halnya faktor ketidakmampuan ekonomi dari Peternak tersebut.

Daftar Pustaka

- [1] Tirta, I. M. 2009. *Analisis Regresi dengan R (ANRER)*. Jember: Jember University Press.
- [2] Agresti, A. 2002. *Categorical Data Analysis*. John Wiley & Sons: New York.
- [3] Daruyani, S. 2013. *Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Indeks Prestasi Mahasiswa FSM Universitas Diponegoro Semester Pertama Dengan Metode Regresi Logistik Biner*. Tidak diterbitkan. Skripsi. Semarang: Universitas Diponegoro.
- [4] Albert, A. & Anderson, J.A. 1984. On the Existence of Maximum Likelihood Estimates in Logistic Regression Model. *Biometrika*. Vol.71: 1-10.
- [5] Evellin, D. L. 2012. *Penerapan Metode Penalized Maximum Likelihood Estimation untuk mengatasi pemisahan (separation) pada Analisis Regresi*. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Malang: Universitas Brawijaya