

**ROBUST STANDARD ERRORS DENGAN SATORRA-BENTLER  
SCALED TEST STATISTIC UNTUK MENGATASI  
NONNORMALITAS DALAM ANALISIS STRUCTURAL EQUATION  
MODELING (SEM)**

*(ROBUST STANDARD ERRORS WITH SATORRA-BENTLER SCALED  
TEST STATISTIC TO NONNORMALITY IN STRUCTURAL EQUATION  
MODELING (SEM) ANALYSIS)*

Andina Ishmah Almira<sup>1</sup>, I Made Tirta<sup>2</sup>, Dian Anggraeni<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember Jln. Kalimantan  
37, Jember 68121

<sup>2</sup>E-mail: [tirtaimade@gmail.com](mailto:tirtaimade@gmail.com)

**Abstrak**

Nonnormalitas dalam analisis *Structural Equation Modeling* (SEM) berpotensi menyebabkan hasil yang menyesatkan. Salah satu metode uji statistik yang dapat digunakan untuk mengatasi hal tersebut adalah *robust standard errors* (*SErobust*) dengan *Satorra-Bentler scaled test statistic* (*TSB*). Metode tersebut akan diuji pada beberapaukuran sampel dan distribusi data yang bervariasi. *SErobust* dan *TSB* yang dihasilkan akan dibandingkan dengan *standard error* dan uji statistik *Maximum Likelihood* (*SEML* dan *TML*). Selain itu ukuran *Goodness of Fit* (GOF) dari kedua metode juga akan ditampilkan. Kedua metode bekerja dengan baik pada data normal. Sementara pada data nonnormal, ML menghasilkan *SEML* yang jauh lebih kecil daripada *SErobust*. SE yang kecil berarti *underestimate* dan cenderung menolak model yang benar pada data nonnormal. Hal tersebut menyebabkan muncul nilai *scaling corrections factor* (SCF) yang berdampak pada uji statistik model. SCF untuk data normal bernilai mendekati 1, hal ini menunjukkan bahwa data berdistribusi normal dan tidak membutuhkan banyak koreksi. Sedangkan SCF untuk data nonnormal bernilai cukup besar, yang membuat *TSB* lebih kecil dan lebih mendekati nilai  $\chi^2$  yang diharapkan daripada *TML*. Hal tersebut baik, karena menunjukkan bahwa *robust standard errors* dengan *Satorra-Bentler scaled test statistic* dapat menghasilkan *p-value* yang lebih besar, yang berarti metode tersebut cenderung menerima model yang benar dan dapat menghindari kesalahan tipe 1. Ukuran sampel data sangat berpengaruh pada hasil penelitian. Hasil penelitian yang baik terjadi pada ukuran sampel yang tidak terlalu kecil.

**Kata Kunci:** nonnormalitas, *robust standard error*, *Satorra-Bentler test statistic*, *Structural Equation Modeling*

**Abstract**

*Nonnormality in Structural Equation Modeling (SEM) analysis has potentially lead to misleading results. One statistical testing method that can be used to overcome this problem is robust standard errors (SErobust) with*

*Satorra-Bentler scaled test statistic (TSB). The method was examined under varying conditions of sample size and data distribution. SE<sub>robust</sub> and TSB will be compared with the standard error and statistical tests of the Maximum Likelihood (SEML and TML). The Goodness of Fit (GOF) of both methods will also be displayed. Both methods work equally well on normal data. While on nonnormal data, ML produces SEML that is smaller than SE<sub>robust</sub>. The smaller SE means underestimation and has a tendency to reject the specified model on nonnormal data. There are scaling correction factors (SCF) as the effect of it. SCF for normal data has an amount that is close to 1, it shows that data is normally distributed and doesn't need correction. On the other hand, the SCF of nonnormal data is large enough, it makes TSB smaller and closer to the expected value of  $\chi^2$  than TML. This is good because it shows that robust standard errors with Satorra-Bentler scaled test statistic can produce a large p-value, it means the method tends to accept the specified model and avoid type 1 errors. Sample size of data affected the results. The best result was shown by the larger sample size.*

**Keywords:** nonnormality, robust standard error, Satorra-Bentler test statistic, Structural Equation Modeling

## 1 Pendahuluan

Structural Equation Modeling (SEM) adalah analisis statistika yang mampu menyelesaikan permasalahan pengukuran dan penjelasan hubungan kausal antar variabel, baik teramati maupun tidak (laten). SEM merupakan analisis yang cukup populer dan banyak diterapkan dalam ilmu sosial dan perilaku (*social and behavioral science*) seperti di bidang psikologi, ekonomi, dan pendidikan.

Metode *Maximum Likelihood* (ML) yang berdasarkan asumsi distribusi normal, adalah metode estimasi yang sebagian besar digunakan oleh peneliti SEM [1]. Metode tersebut membutuhkan variabel teramati yang berdistribusi normal multivariat. Permasalahan akan muncul apabila data tidak berdistribusi normal multivariat. Pelanggaran dari asumsi distribusi normal tersebut akan berpotensi menghasilkan hasil yang menyesatkan [2]. Solusi alternatif yang dapat digunakan adalah dengan memilih metode yang tidak memerlukan asumsi normalitas data. Metode tersebut antara lain adalah *Asymptotically Distribution-Free* (ADF) estimation, *Satorra-Bentler scaled test statistic & robust standard errors*, serta *bootstrapping*.

Penelitian ini membandingkan analisis SEM menggunakan metode ML dan *robust standard errors* dengan *Satorra-Bentler scaled test statistic* pada ukuran sampel dan distribusi data yang bervariasi. Data yang digunakan berupa data simulasi yang dibangkitkan dari dua jenis distribusi, masing-masing dengan tiga ukuran sampel yang berbeda. Selain untuk mengetahui konsep serta hasil dari kedua metode estimasi. Tujuan dari penelitian ini adalah juga untuk mengetahui metode yang lebih tepat untuk mengatasi nonnormalitas dalam SEM dengan membandingkan seperangkat komponen yang dihasilkan dari kedua metode, yaitu *standard error* ( $SE_{robust}$  dan  $SE_{ML}$ ), nilai uji statistik ( $T_{SB}$  dan  $T_{ML}$ ), dan nilai *Goodness of Fit* (GOF).

Dalam literatur SEM, beberapa peneliti telah memperluas metode ML untuk menghasilkan *standard errors* (SEs) yang asimtotik dan baik untuk sebarang distribusi (dengan terbatas empat momen order), dan dimana *rescaled test statistic* digunakan untuk evaluasi keseluruhan model [3]. *Standard errors* (SEs) penduga ML (MLE) didasarkan pada matriks kovarian yang diperoleh dengan menginverskan matriks

informasi yang disesuaikan. *Robust standard error* menggantikan matriks kovarian tersebut dengan tipe matriks kovarian sandwich [3].

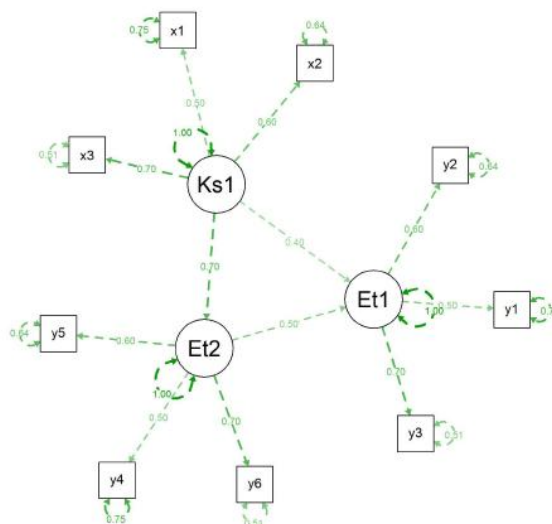
Ketika robust SE digunakan, uji statistik Satorra-Bentler akan dipasang untuk evaluasi keseluruhan model. Ide dari uji statistik Satorra-Bentler ( $T_{SB}$ ) adalah memodifikasi uji statistik standard ( $T_{ML}$ ) agar lebih mendekati distribusi  $\chi^2$  dengan memberikan nilai yang merefleksikan derajat kurtosis [3]. Nilai tersebut adalah nilai koreksi (*scaling correction factor*).

Metode tersebut sudah terdapat dalam program komputer untuk SEM (seperti LISREL, EQS, dan R) dan tidak terlalu rumit untuk digunakan. Penelitian ini menggunakan bantuan program R versi 3.0.2 dengan paket lavaan yang dikembangkan oleh [3] dan paket semPlot yang dikembangkan oleh [4]. Penjelasan selanjutnya akan membahas tentang metode penelitian, hasil analisis dari metode *robust standard errors* dengan *Satorra-Bentler scaled test statistic* dan *maximum likelihood*, dan beberapa visualisasi hasil analisis dalam bentuk yang representatif.

## 2 Metode Penelitian

### 2.1 Data Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data simulasi. Model data yang akan dibangkitkan terdiri atas satu variabel laten eksogen ( $Ksi_1$ ) dan dua variabel laten endogen ( $Eta_1$  dan  $Eta_2$ ). Setiap variabel laten diukur oleh tiga variabel teramati. Variabel teramati  $x_1$  sampai  $x_3$  mengukur  $Ksi_1$ , variabel teramati  $y_1$  sampai  $y_3$  mengukur  $Eta_1$ , dan variabel  $y_4$  sampai  $y_6$  mengukur  $Eta_2$ . Penelitian dilakukan terhadap enam jenis data yang dibangkitkan dari dua jenis distribusi (normal dan nonnormal), masing-masing distribusi memiliki tiga ukuran sampel yang berbeda yaitu 30, 60, dan 105. Data normal memiliki nilai skewness=0 dan kurtosis=0 sedangkan data nonnormal memiliki skewness=3 dan kurtosis=7. Penentuan nilai skewness dan kurtosis merujuk pada penelitian [2]. Penelitian menggunakan model data yang dispesifikkan dengan benar artinya model yang diestimasi dalam sampel sesuai dengan model yang ada dalam populasi. Model ini ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1 Model Jalur Model Simulasi

## 2.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan program R versi 3.0.2 dengan paket lavaan 0.5-16 untuk simulasi dan analisis data. Visualisasi jaringan berupa diagram jalur, struktur kovarian, dan struktur kovarian residual ditampilkan untuk mendukung interpretasi dari analisis data. Visualisasi tersebut dikerjakan dengan paket semPlot.

## 2.3 Langkah Penelitian

Langkah penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- 1 Menentukan model. Model yang telah ditentukan menjadi dasar dari data yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu terdiri atas tiga variabel laten dan tiga indikator pada setiap variabel laten.
- 2 Membangkitkan data. Data dibangkitkan menggunakan metode yang diajukan oleh Vale & Maurelli. Peubah acak berdistribusi nonnormal multivariat dapat dibangkitkan menggunakan gabungan dari prosedur matriks dekomposisi dan metode Fleishman [5].

- 3 Mengidentifikasi model menggunakan persamaan berikut:

$$dfm = ((p+q)(p+q+1)/2) - t$$

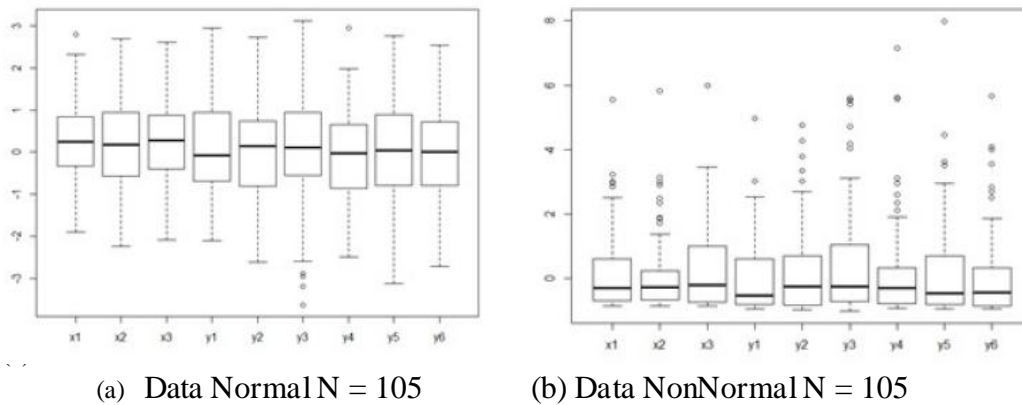
Dimana,  $p$  dan  $q$  adalah jumlah variabel teramati eksogen dan endogen, sedangkan  $t$  adalah jumlah parameter bebas model.

- 4 Mengestimasi parameter dilakukan dengan dua metode. Pertama metode *Maximum Likelihood* (ML) dan yang kedua adalah metode ML yang disertai dengan metode uji statistik *robust standard errors* dengan *Satorra - Bentler scaled test statistic*. Penerapan metode ini dalam paket lavaan yaitu dengan mengatur estimator = "ML" dan estimator = "MLM". Oleh karena itu untuk penjelasan selanjutnya, metode tersebut akan disingkat menjadi MLM.
- 5 Menguji keseluruhan model dengan uji statistik ML ( $T_{ML}$ ) untuk metode ML dan uji statistik Satorra-Bentler ( $T_{SB}$ ) untuk metode MLM serta beberapa ukuran GOF.
- 6 Menyajikan visualisasi jaringan dan menarik kesimpulan.

## 3 Hasil Penelitian

### 3.1 Gambaran Data

Data nonnormal menjadi salah satu kasus khusus dalam analisis SEM dan merupakan permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini. Salah satu metode untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah *robust standard errors* dengan *Satorra-Bentler scaled test statistic*. Metode ini diterjemahkan dalam paket lavaan sebagai metode MLM (*Maximum Likelihood Mean adjusted*). Sebelum penjelasan mengenai konsep dan hasil analisis, berikut adalah gambaran data yang diperoleh.



Gambar 2 Boxplot Data Penelitian

Kenormalan data dapat dilihat dari boxplot yang ditunjukkan oleh Gambar 2(a). Pada data normal, *whisker* bagian atas dan bawah memiliki panjang yang sama. Gambaran data nonnormal yang dibangkitkan dapat dilihat pada Gambar 2(b). Boxplot menampilkan adanya *outliers* di bagian atas disertai dengan *whisker* bagian atas yang lebih panjang (*positive skewness*).

Sebelum melakukan estimasi, model terlebih dahulu diidentifikasi. Langkah ini bertujuan untuk mengetahui apakah model termasuk kategori model *under-identified*, *just-identified*, atau *over-identified*. Hal tersebut ditentukan oleh derajat bebas model (*dfm*). Derajat bebas yang dihasilkan adalah 24 (lebih besar dari 0) yang berarti model tergolong *over-identified*, sehingga model dapat diestimasi. [2] menyebutkan bahwa derajat bebas tersebut merupakan nilai harapan uji *chi-squared* ( $E(\chi^2)=24$ ), nilai tersebut akan dikoreksi dengan nilai uji *chi-squared* yang didapatkan dari hasil analisis untuk mendapatkan persentase bias.

### 3.2 Robust Standard Errors

Jumlah parameter bebas dalam penelitian ini adalah sebanyak 21 parameter dimana setiap parameter memiliki *standard error*. Ketika data berdistribusi normal, nilai *standard error* yang dihasilkan dengan metode ML lebih besar daripada metode MLM ( $SE_{ML} > SE_{robust}$ ) akan tetapi selisih keduanya tidak terlalu jauh. Pada  $N=30$ , selisih terbesar dimiliki oleh *standard error*  $\gamma_{21}$  yaitu sebesar 0,085 dengan  $SE_{ML}=0,338$  dan  $SE_{robust}=0,253$ . Pada saat  $N=60$ , selisih terbesar adalah *standard error*  $\lambda_{31}^x$  yaitu 0,064 dengan  $SE_{ML}=0,473$  dan  $SE_{robust}=0,537$ . Selisih *standard error*  $\lambda_{31}^x$  juga merupakan selisih terbesar pada saat  $N=105$ , yaitu 0,049 dengan  $SE_{ML}$  dan  $SE_{robust}$  masing-masing 0,459 dan 0,410.

Berdasarkan hasil analisis didapatkan bahwa sebagian besar  $SE_{robust}$  lebih kecil daripada  $SE_{ML}$ , akan tetapi terdapat pula beberapa nilai  $SE_{robust}$  yang lebih besar. Pada saat  $N=30$ , terdapat 9  $SE_{robust}$  yang lebih besar daripada  $SE_{ML}$ . Data normal dengan  $N=60$  hanya memiliki 5 sedangkan pada saat  $N=105$  jumlah tersebut meningkat menjadi 8  $SE_{robust}$  yang lebih besar. Hal ini berarti ML dan MLM berjalan sama baik ketika diterapkan pada data normal. Hasil kedua metode hampir sama dalam mengukur *standard error*.

Hal yang berbeda terjadi ketika data tidak memenuhi asumsi normalitas. Pada saat N=105,  $SE_{robust}$  seluruh lebih besar daripada  $SE_{ML}$ . Namun saat N=30 dan N=60 masih terdapat 3 dan 2  $SE_{robust}$  yang lebih kecil daripada  $SE_{ML}$ . Dalam kasus ini metode ML menghasilkan *standard errors* yang lebih kecil daripada metode MLM ( $SE_{ML} < SE_{robust}$ ). Selisih terbesar kedua *standard error* tersebut pada N=30, 60, dan 105 berturut-turut adalah 0,604 dari  $\gamma_{21}$ , 0,553 dari  $\sigma_{\delta_1}^2$ , dan 0,316 dari  $\sigma_{\delta_5}^2$ . Selisih tersebut lebih besardaripada selisih *standard error* ketika data berdistribusi normal. Pada data nonnormal hasil dari metode MLM sangat berbeda dengan metode ML. Metode MLM menghasilkan *standard error* yang lebih besar dengan selisih yang jauh berbeda. Nilai tersebut lebih baik sebab *standard error* yang besar akan mengakibatkan semakin besar pula peluang model diterima.

### 3.3 Satorra-Bentler Scaled Test Statistic

Tabel 1 dan Tabel 2 menampilkan perbandingan nilai  $T_{ML}$  dan  $T_{SB}$  dari keseluruhan sampel data.  $T_{ML}$  adalah nilai ujistatistik yang dihasilkan metode ML. Sedangkan  $T_{SB}$  adalah *Satorra-Bentler scaled test statistic*. Pada paket lavaan, nilai ini dihasilkan dari metode MLM.

Tabel 1. Perbandingan hasil uji statistik  $\chi^2$  data normal

N	$\chi^2$	$\chi^2$ teramati	E( $\chi^2$ )	p-value	Bias (%)	SCF	SCF-1
30	$T_{ML}$	34,347	24	0,079	43	0,905	0,095
	$T_{SB}$	37,969	24	0,035	58		
60	$T_{ML}$	37,068	24	0,043	54	0,998	0,002
	$T_{SB}$	37,135	24	0,042	54,7		
105	$T_{ML}$	19,956	24	0,699	0	1,062	0,062
	$T_{SB}$	18,790	24	0,763	0		

Data normal dengan univariat skewness dan kurtosis (0,0).  $T_{ML}$ = Uji Statistik *Maximum Likelihood*;  $T_{SB}$ = Uji Statistik *Satorra-Bentler rescaled*; SCF = *Scaling correction factor*.

Data normal dengan N=105, menghasilkan SCF=1,062, hal tersebut menunjukkan data berdistribusi normal multivariat sehingga nilai antara  $T_{ML}$  dan  $T_{SB}$  tidak jauh berbeda (tidak membutuhkan koreksi). Berbeda dengan data nonnormal pada Tabel 2, SCF menunjukkan angka 1,616 pada saat N=105. Skala koreksi tersebut membantu menghasilkan nilai  $\chi^2$  yang lebih kecil dan mendekati nilai  $\chi^2$  yang diharapkan sehingga tidak menolak model yang benar terlalu banyak.

Data normal dengan ukuran sampel 30 dan 60 menghasilkan nilai  $T_{ML}$  yang lebih kecil dan p-value yang lebih besar dari  $T_{SB}$ , hal tersebut lebih baik sebab nilai  $T_{ML}$  lebih mendekati nilai  $\chi^2$  yang diharapkan. Namun pada data nonnormal  $T_{ML}$  berjalan buruk dan menjauhi nilai yang diharapkan. Akibatnya bias yang dihasilkan menjadi lebih besar, misalnya pada data normal N=60 nilai bias sebesar 54% dan bertambah menjadi 133%

saat data tidak normal. Ketidaknormalan data menyebabkan nilai bias meningkat apabila menggunakan metode ML.

Tabel 2. Perbandingan hasil uji statistik  $\chi^2$  data nonnormal

N	$\chi^2$	$\chi^2$ teramati	$E(\chi^2)$	p-value	Bias (%)	SCF	SCF-1
30	$T_{ML}$	30,175	24	0,179	26	1,145	0,145
	$T_{SB}$	26,343	24	0,336	10		
60	$T_{ML}$	55,919	24	0,000	133	1,227	0,227
	$T_{SB}$	45,574	24	0,005	90		
105	$T_{ML}$	31,669	24	0,135	32	1,616	0,616
	$T_{SB}$	19,559	24	0,719	0		

Data nonnormal dengan univariat skewness dan kurtosis (3,7).  $T_{ML}$ = Uji Statistik *Maximum Likelihood*;  $T_{SB}$ = Uji Statistik Satorra-Bentler *rescaled*; SCF = *Scaling correction factor*.

Uji statistik Satorra-Bentler menunjukkan hasil yang bagus, baik pada data normal maupun data nonnormal. Pada data normal N=30 dan N=60,  $T_{SB}$  lebih besar daripada  $T_{ML}$  dan p-value yang dihasilkan lebih kecil. Namun selisih keduanya tidak jauh berbeda. Pada N=105  $T_{SB}$  lebih baik dengan menunjukkan nilai  $\chi^2$  yang lebih kecil dan p-value yang lebih besar. Ketika asumsi normalitas tidak terpenuhi, pada setiap ukuran sampel data, nilai  $T_{SB}$  lebih kecil dibandingkan  $T_{ML}$ . Sedangkan p-value yang dihasilkan lebih besar daripada metode ML. Hasil dua kriteria uji tersebut menunjukkan metode MLM lebih tepat diterapkan pada data nonnormal dibandingkan metode ML.

### 3.4 Goodness of Fit (GOF)

Hasil pengujian model ditampilkan dalam Tabel 3, ukuran kriteria *Goodness of Fit* (GOF) yang dihasilkan menentukan apakah model cukup baik mendeskripsikan data dan hubungan antar variabel. Beberapa GOF pada tabel dipengaruhi oleh nilai  $\chi^2$  yang dihasilkan dan ukuran sampel. Kedua metode (ML dan MLM) menghasilkan nilai yang sama yaitu pada ukuran sampel 30 dan 60 model tidak termasuk *good fit* maupun *acceptable fit* berdasarkan ukuran CFI, TLI, dan RMSEA. Namun pada saat N=105 semua kriteria GOF menunjukkan bahwa model baik. Hanya data normal dengan 105 sampel yang memenuhi kriteria CFI, TLI, dan RMSEA.

Tabel 3. Hasil GOF pada seluruh sampel data

N	Metode	CFI	TLI	RMSEA	P-value RMSEA $\leq 0,05$	CI
Data Normal						
30	ML	0,925	0,887	0,120	0,128	0,000;0,204
	MLM	0,888	0,832	0,139	0,072	0,028;0,224
60	ML	0,943	0,915	0,095	0,120	0,017;0,153
	MLM	0,934	0,901	0,096	0,118	0,018;0,153
105	ML	1,000	1,020	0,000	0,900	0,000;0,062
	MLM	1,000	1,028	0,000	0,935	0,000;0,055
Data Nonnormal						
30	ML	0,939	0,909	0,093	0,257	0,000;0,184
	MLM	0,937	0,905	0,057	0,434	0,000;0,157
60	ML	0,810	0,715	0,149	0,002	0,098;0,200
	MLM	0,710	0,565	0,122	0,014	0,072;0,171
105	ML	0,961	0,942	0,055	0,402	0,000;0,102
	MLM	1,000	1,075	0,000	0,960	0,000;0,047

Seperti halnya data normal, pada data nonnormal, uji CFI, TLI, dan RMSEA untuk data dengan N=30 dan N=60 tidak menunjukkan model baik atau diterima. Sedangkan pada N=105 menggunakan metode ML dan MLM, keseluruhan GOF menunjukkan model baik dan diterima.

### 3.5 Analisis Data Nonnormal dengan N=105

Berdasarkan hasil analisis data yang telah dilakukan pada pembahasan sebelumnya, didapatkan *trend*/alur bahwa analisis SEM pada data nonnormal memberikan hasil yang lebih baik apabila dikerjakan dengan metode MLM daripada ML dan hasil terbaik adalah ketika data tersebut berukuran N=105. Hal tersebut dapat dilihat dari *robust standard error* yang dihasilkan, Tabel 4 menunjukkan nilai estimasi parameter beserta *standard error*nya.

Perbedaan terbesar dapat dilihat pada *standard error*  $\sigma_{\delta_5}^2$ ,  $SE_{ML}=0,230$  dan  $SE_{robust}=0,546$ , nilai tersebut mencapai 2kalinya. Meskipun *standard error* yang dihasilkan berdasarkan metode ML berarti selang kepercayaan lebih pendek, selang yang lebih pendek tersebut adalah *misleading result* karena ketidaknormalan data (lihat pada [1]).



$\theta$	$\theta$		$SE_{ML}$	$SE_{robust}$
	Unstandardized	Standardized		
$\lambda_{11}^x$	1,000	0,576		
$\lambda_{21}^x$	0,986	0,603	0,234	0,280
$\lambda_{31}^x$	1,388	0,727	0,310	0,429
$\lambda_{11}^y$	1,000	0,576		
$\lambda_{21}^y$	1,600	0,684	0,398	0,580
$\lambda_{31}^y$	1,604	0,610	0,413	0,426
$\lambda_{42}^y$	1,000	0,682		
$\lambda_{52}^y$	0,642	0,440	0,165	0,190
$\lambda_{62}^y$	1,094	0,839	0,191	0,217
$\beta_{12}$	0,270	0,461	0,123	0,169
$\gamma_{11}$	0,260	0,308	0,177	0,237
$\gamma_{21}$	0,928	0,643	0,259	0,372
$\psi_{11}$	0,438	1,000	0,161	0,253
$\psi_{22}$	0,160	0,510	0,076	0,097
$\psi_{33}$	0,535	0,586	0,180	0,314
$\sigma_{e1}^2$	0,884	0,669	0,150	0,169
$\sigma_{e2}^2$	0,747	0,637	0,131	0,202
$\sigma_{e3}^2$	0,754	0,472	0,180	0,239
$\sigma_{e4}^2$	0,806	0,720	0,132	0,170
$\sigma_{e5}^2$	0,908	0,531	0,198	0,212
$\sigma_{e6}^2$	1,361	0,628	0,249	0,380
$\sigma_{e7}^2$	1,050	0,535	0,196	0,318
$\sigma_{e8}^2$	1,567	0,807	0,230	0,546
$\sigma_{e9}^2$	0,458	0,296	0,164	0,224

Untuk lebih memastikan hal tersebut, akan dilakukan analisis dengan 100 kali pengulangan terhadap data nonnormal N=105. Tabel 5 menyajikan hasil dari pengulangan tersebut, nilai yang didapat adalah rata-rata nilai  $\chi^2$  teramati, nilai yang diharapkan, persentase bias, dan persentase penolakan model (*reject*) pada  $p < 0,05$  untuk uji statistik  $\chi^2$  ML (*TML*) dan SB (*TSB*). Persentase bias didapatkan dengan mengurangi nilai  $\chi^2$  teramati dengan  $E(\chi^2)$  kemudian dibagi dengan nilai  $E(\chi^2)$  [2].

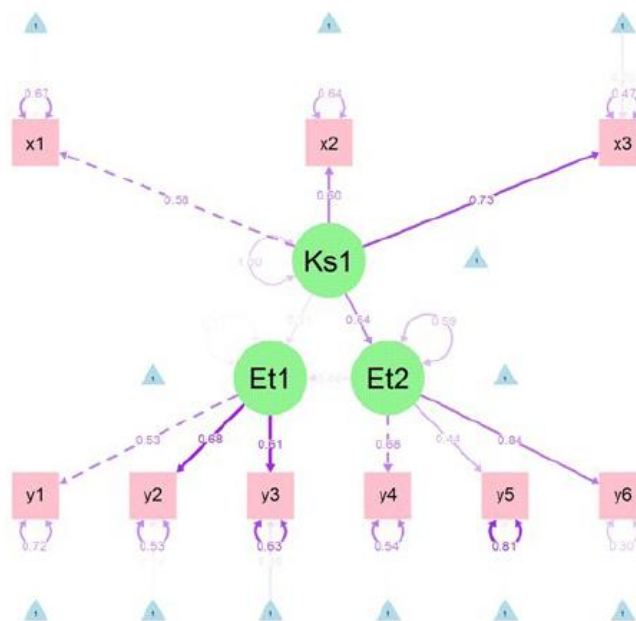
Tabel 5. Hasil estimasi data nonnormal N=105 dengan 100 kali pengulangan

N	$\chi^2$	Data Nonnormal			
		$\chi^2$ teramati	$E(\chi^2)$	Bias (%)	Reject (%)
105	$T_{ML}$	34,956	24	45	44
	$\lambda_{11}^x T_{SB}$	26,263	24	9	11

Berdasarkan Tabel 5 terlihat bahwa Satorra-Bentler  $\chi^2$  menghasilkan bias jauh kecil (9%) daripada yang dihasilkan oleh ML  $\chi^2$  (45%). Di bawah kondisi nonnormal untuk N=105,  $T_{ML}$  menolak 44% model yang dispesifikasi dengan benar sedangkan  $T_{SB}$  hanya 11%. Hal ini sesuai dengan teori bahwa dengan menggunakan ML  $\chi^2$  sebagai ukuran model fit dalam kondisi data nonnormal akan menyebabkan tingkat kesalahan tipe 1 meningkat untuk model penolakan. Akibatnya, dalam praktek penelitian, kemungkinan besar

terjadi kekeliruan, model akan ditolak atau dimodifikasi karena distribusi dari variabel teramati tidak normal daripada karena model tersebut tidak benar (seperti pada [2]).

Hasil yang didapatkan dengan 100 kali ulangan konsisten dengan hasil analisis sebelumnya yang hanya menggunakan satu ulangan. Hasil sama-sama menunjukkan bahwa metode *robust standard errors* dengan *Satorra-Bentler scaled teststatistic* mampu mengatasi data nonnormal pada analisis SEM. Namun memang diperlukan ukuran sampel yang tidak terlalu kecil. Hal ini sesuai dengan penelitian yang menyatakan bahwa *standard error* asimtotik tetap konsisten meskipun data tidak normal akan tetapi dengan ukuran sampel yang tidak terlalu kecil [6]. Selanjutnya hasil analisis data nonnormal  $N=105$  dapat divisualisasikan dalam bentuk diagram jalur seperti pada Gambar 3.



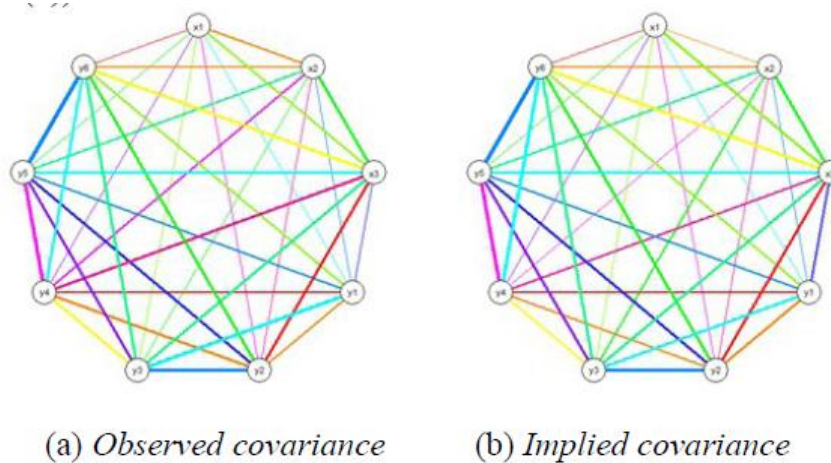
Gambar 3. Diagram jalur analisis SEM dari data nonnormal dengan  $N=105$

Koefisien jalur pada gambar merupakan nilai penduga parameter seperti pada Tabel 4. Ketebalan edge disesuaikan dengan besar kecilnya koefisien jalur, hal ini membantu mengetahui hubungan antar variabel dan variabel yang paling berpengaruh. Nilai koefisien jalur merupakan hasil estimasi parameter seperti yang terdapat pada tabel 4.4. Beberapa nilai penduga parameter yang dihasilkan ada yang mendekati nilai yang ditetapkan ada pula yang tidak. Nilai yang ditetapkan adalah seperti yang terdapat pada Gambar 1. Adapun perbedaan yang terlalu jauh tersebut kemungkinan disebabkan oleh proses simulasi data sebab perbedaan metode ML dan MLM tidak berpengaruh pada estimasi parameter.

### 3.6 Visualisasi Jaringan Analisis SEM

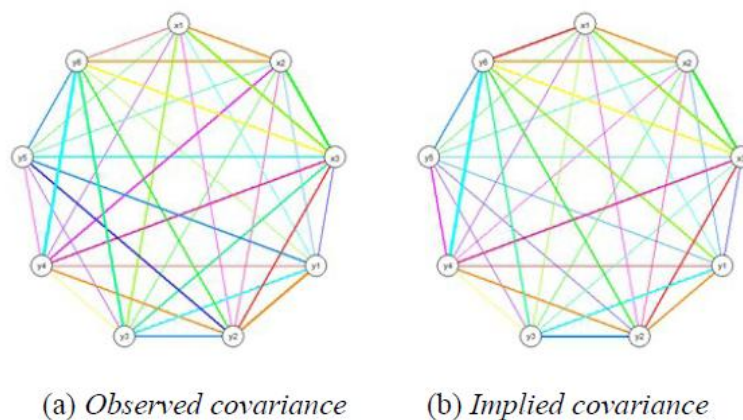
Program R memiliki paket khusus untuk memvisualkan hasil SEM melalui visualisasi jaringan, paket tersebut diantaranya adalah `semPlot`. Paket `semPlot` merupakan penyempurnaan dari paket `qgraph`. Visualisasi SEM yang dapat

dilakukan oleh kedua paket tersebut diantaranya adalah diagram jalur, struktur korelasi dan kovarian, serta residual kovarian. Pada penelitian ini digunakan paket `semPlot` untuk menggambar diagram jalur yang ditunjukkan pada Gambar 2. Selain itu dapat pula disajikan visualisasi struktur kovarian maupun korelasi dari data. Matriks kovarian dan korelasi memiliki struktur yang sama meskipun nilai yang terdapat pada kedua matriks berbeda. Gambar 4 adalah visualisasi dari struktur kovarian data normal dengan  $N=105$ . Gambar tersebut menampilkan *observed covariance matrix* (Gambar 3(a)) dan *implied covariance matrix* (Gambar 3(b)).



Gambar 4. Struktur kovarian dari data normal  $N=105$

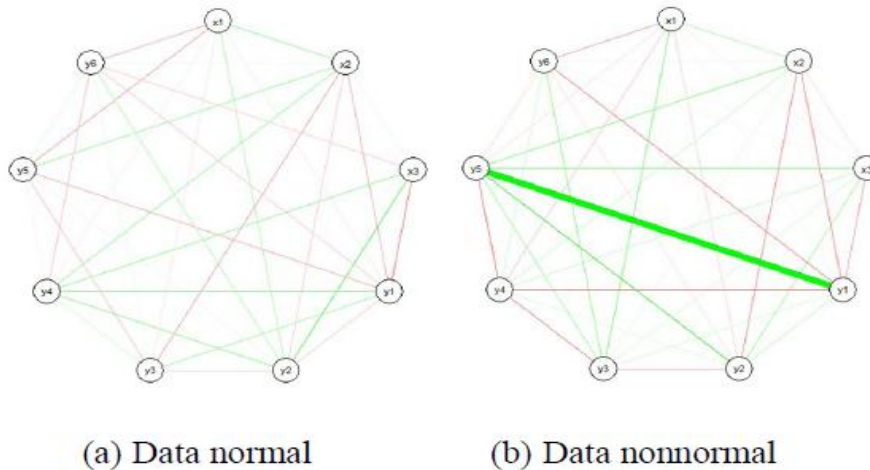
Sedangkan struktur kovarian dari data nonnormal (*observed* dan *implied*) dengan  $N=105$ , ditunjukkan pada Gambar 5. Visualisasi ini memudahkan peneliti untuk membandingkan kedekatan hasil analisis (*observedcovarian*) dengan model yang dihipotesiskan (*impliedcovarian*). Gambar 4 dan 5 memperlihatkan bahwa kedua kovarian data mempunyai struktur yang hampir sama, hal ini berarti model yang dispesifikasi sesuai dengan data. Hal itulah yang menjadi tujuan dari analisis SEM, untuk mendapatkan model yang sesuai dengan data yang diamati.



Gambar 5. Struktur kovarian dari data nonnormal  $N=105$

Dengan melihat Gambar 4 atau Gambar 5 mungkin masih terdapat kesulitan dalam menentukan perbedaan antara *observed covariance* dan *implied covariance*. Gambar 6 berikut ini menyajikan visualisasi yang lebih jelas mengenai perbedaan kedua matriks

kovarian yaitu melalui matriks kovarian residual (*observed-implied*). Tujuan dari analisis SEM sesuai dengan hipotesis null yaitu matriks kovarian populasi (data yang teramati) sama dengan matriks kovarians sampel (data yang dianalisis), sehingga analisis tersebut baik apabila perbedaan antara kedua matriks sedikit atau edges semakin tipis. Sementara ketebalan edge menunjukkan kovarian residual antar variabel yang besar.



**Gambar 6.** Struktur kovarian residual data dengan N=105

Pada Gambar 6 (b) terlihat bahwa kovarian antara variabel  $y_1$  dan  $y_5$  adalah yang paling besar. Hal ini sejalan dengan Gambar 5 (a) dan (b) yang memperlihatkan perbedaan ketebalan edge antara  $y_1$  dan  $y_5$ . Berdasarkan hasil estimasi parameter, *factor loading* dari  $y_5$  adalah 0,44 sementara *factor loading*  $y_5$  yang ditetapkan pada simulasi data adalah 0,7. Perbedaan nilai ini menjelaskan bahwa model yang dianalisis tidak sesuai dengan model data yang dihipotesiskan, inilah yang menyebabkan besarnya kovarian residual antara  $y_5$  dan  $y_1$  pada Gambar 6 dan juga perbedaan yang terlihat pada Gambar 5.

## 4 Penutup

### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan yang telah diuraikan, didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

1. Pada data yang berdistribusi normal, metode *Maximum Likelihood* (ML) berjalan baik. Namun apabila asumsi normalitas data tidak terpenuhi, metode ML lebih tepat digantikan oleh metode MLM.
2. Metode MLM berjalan baik pada semua kondisi data (normal maupun tidak normal). Pada data nonnormal, metode MLM memberikan peluang menerima model yang benar lebih besar daripada metode ML.
3. Ukuran sampel data sangat berpengaruh pada hasil simulasi. Metode ML dan MLM menunjukkan hasil terbaik pada saat N=105. Hal ini menandakan bahwa kedua metode membutuhkan ukuran sampel yang tidak terlalu kecil.
4. Visualisasi jaringan (*network visualization*) pada analisis SEM menggunakan paket *semPlot* memberi gambaran data yang baik melalui diagram jalur dan struktur kovarian. Keduanya menunjukkan bahwa hasil analisis sesuai dengan

data yang ditetapkan. Visualisasi ini memudahkan peneliti dalam menginterpretasikan hasil analisis.

## 4.2 Saran

Peneliti selanjutnya dapat meneliti kemampuan metode *Satorra-Bentler scaled test statistic* dan *robust standarderrors* apabila diterapkan pada *misspecified model* dimana model yang dianalisis dalam sampel tidak sesuai dengan model data populasi. Peneliti selanjutnya juga dapat menggunakan metode lain untuk mengatasi permasalahan tersebut diantara dengan menggunakan uji statistik Yuan - Bentler dan metode bootstrap.

## Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si, M.Si dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si yang telah memberikan saran-saran untuk penyempurnaan karya ilmiah ini.

## Daftar Pustaka

- [1] Epskamp, S. 2014. semPlot: Unified Visualizations of Structural Equation Models. [online]. <http://www.sachaepskamp.com>. [1 April 2014]
- [2] Curran, P.J., Finch, J.F., & West, S.G. 1996. The Robustness of Test Statistics to nonnormality and Specification Error in Confirmatory Factor Analysis. *Psychological Methods*. Vol. 1, No. 1, 16-29.
- [3] Rosseel, Y. 2012. lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling. *Journal of Statistical Software*, Vol 48, Issue 2.
- [4] Vale, C. D. & Maurelli, V. A. 1983. Simulating Multivariate Nonnormal Distributions. *Psychometrika*. Vol 48, No.
- [5] Yuan, K., Bentler, P. M., & Zhang, W. 2005. The Effect of Skewness and Kurtosis on mean and Covariance Structure Analysis: The Univariate Case and Its Multivariate Implication. *Sociological Methods and Research*. Vol. 34:2.
- [6] Yuan, K. & Hayashi, K. 2006. Standard Errors in Covariance Structure Models: Asymptotics Versus Bootstrap. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 00, 1-22.