

METODE FUZZY TIME SERIES MUSIMAN BERDASARKAN PARTISI INTERVAL FREKUENSI DENSITAS

(A Seasonal Fuzzy Time Series Based on Frequency Density Interval Partitioning)

Nikmatul Ilmi^{1*)}, Dewi Retno Sari Saputro²⁾

^{1,2)}Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Sebelas Maret

Jl. Ir. Sutami No. 36A, Surakarta 57126, Indonesia

e-mail: nikmatulilmi1403@student.uns.ac.id, dewiretnoss@staff.uns.ac.id

*)penulis korespondensi

Abstract. Time series data can be used as material to predict the probability of future events. Time series data has several patterns, one of which is a seasonal pattern. In processing time series data, an analytical method is needed. The fuzzy time series method can be used to analyze time series data using the concept of fuzzy logic. Some fuzzy time series methods usually produce large errors if the data being tested has a seasonal pattern. Therefore, a seasonal fuzzy time series method was developed that can be used for time series data with seasonal patterns. In the fuzzy time series method, it is necessary to determine the effective interval length in order to obtain optimal accuracy. In this study, the frequency density interval partitioning was used to determine the length of the interval. The purpose of this study is to examine the seasonal fuzzy time series method based on the frequency density interval partition. The results of this study indicate that the seasonal fuzzy time series method is suitable for processing seasonal patterned data and the determination of interval length using frequency density interval partitioning can provide optimal accuracy.

Keywords: Frequency Density, Fuzzy Time Series, Interval Partition, Seasonal Fuzzy Time Series, Time Series

1. Pendahuluan

Data merupakan suatu hal penting yang dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai masalah dalam kehidupan, seperti halnya masalah dalam bidang pendidikan, ekonomi, politik, geografis, dan perbankan yang membutuhkan suatu perencanaan untuk masa mendatang. Data dapat diperoleh berdasarkan waktu, seperti data harian, data mingguan, data bulanan, dan data tahunan. Data yang diperoleh berdasarkan hasil pengamatan suatu kejadian dari waktu ke waktu dinamakan data *time series*. Data *time series* dapat digunakan sebagai bahan dalam memprediksi probabilitas kejadian di masa depan [14]. Data *time series* memiliki tiga jenis pola data, yaitu pola *trend*, siklis, dan musiman [1]. Pola musiman adalah pola yang terbentuk oleh rangkaian waktu sepanjang tahun yang cenderung menunjukkan pola identik pada bulan-bulan yang sama [9].

Analisis data *time series* dapat digunakan untuk meramalkan data beberapa periode ke depan dengan mempertimbangkan pengaruh waktu. Terdapat berbagai metode yang dapat digunakan untuk melakukan analisis terhadap data *time series*, salah satunya adalah *fuzzy*

time series [4]. Menurut Song dan Chissom [12], *fuzzy time series* adalah metode dengan logika *fuzzy* dalam masalah peramalan data *time series* yang dapat menyajikan data dalam nilai-nilai linguistik. Metode *fuzzy time series* memiliki beberapa bentuk pengembangan, salah satunya adalah *fuzzy time series* musiman. *Fuzzy time series* musiman diperkenalkan oleh Liu dan Wei [8] yaitu metode analisis data *time series* yang sesuai untuk jenis data *time series* berpola musiman. Menurut Liu dan Wei [8], metode *fuzzy time series* sebelumnya menghasilkan eror yang besar apabila data yang diuji adalah jenis data *time series* berpola musiman. Dalam melakukan analisis *fuzzy time series* diperlukan suatu metode untuk menentukan panjang interval. Menurut Huarng [6], pemilihan panjang interval yang efektif dapat mempengaruhi hasil peramalan.

Sebelumnya telah banyak penelitian tentang *fuzzy time series*, beberapa diantaranya adalah kajian oleh Chen [2] tentang metode *fuzzy time series* dengan operasi aritmatik sederhana, kajian oleh Stevenson dan Porter [13] tentang metode *fuzzy time series* menggunakan partisi interval frekuensi densitas dengan mengubah semesta pembicaraan ke dalam bentuk persen, kajian oleh Huarng [6] tentang pemilihan panjang interval yang efektif dalam peramalan *fuzzy time series*, kajian oleh Jilani *et al.* [7], tentang pengembangan metode *fuzzy time series* dengan partisi interval frekuensi densitas, kajian oleh Fauziah dkk. [4] tentang metode *fuzzy time series* untuk meramalkan curah hujan di Kota Samarinda, dan masih banyak kajian penelitian lainnya. Dengan demikian, pada artikel ini dilakukan kajian tentang metode *fuzzy time series* musiman berdasarkan partisi interval frekuensi densitas.

2. Metodologi

Penelitian ini adalah penelitian berbasis teori yang mempelajari dan mengaji literatur dari jurnal dan tulisan yang membahas tentang data *time series*, metode *fuzzy time series*, dan penentuan panjang interval serta pengembangan penelitian yang terkait sehingga dapat memperbanyak sumber penelitian.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Himpunan *Fuzzy*

Menurut Setiadji [11], misalkan X adalah suatu himpunan semesta dengan $X = \{x\}$ dan A adalah suatu himpunan bagian dari himpunan *crisp* X . Keanggotaan x di dalam A dapat dinyatakan dengan konsep fungsi karakteristik berikut ke dalam Persamaan (1):

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (1)$$

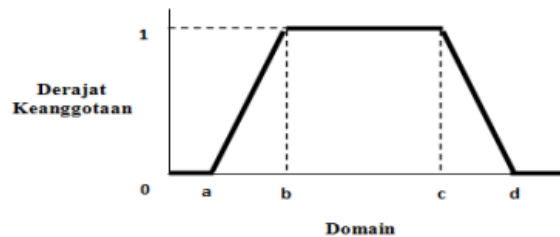
Pengertian himpunan *fuzzy* A di dalam X dicirikan dengan fungsi karakteristik $f_A(x)$ yang berasosiasi dengan setiap titik di X pada interval $[0,1]$. Nilai $f_A(x)$ menunjukkan tingkat keanggotaan nilai x di dalam A [15].

3.2 Metode *Fuzzy Time Series*

Menurut Fauziah dkk. [4], *fuzzy time series* adalah metode analisis *time series* menggunakan konsep logika *fuzzy* dengan data yang diuji dibentuk menjadi nilai linguistik dan menghasilkan data dalam bentuk nilai real. Menurut Chen [2], dalam sistem *fuzzy*, hal pertama yang harus dilakukan adalah menyatakan suatu semesta pembicaraan U dengan $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ sehingga terdapat himpunan *fuzzy* A_i dari U yang dinyatakan dengan Persamaan (2):

$$A_i = \frac{f_{A_i}(u_1)}{u_1} + \frac{f_{A_i}(u_2)}{u_2} + \dots + \frac{f_{A_i}(u_i)}{u_i} \quad (2)$$

dengan f_{A_i} menyatakan fungsi keanggotaan dari himpunan *fuzzy* A_i dan $f_{A_i}(u_i)$ menyatakan derajat keanggotaan u_i di dalam A_i , dengan $f_{A_i}(u_i) \in [0,1]$ dan $1 \leq i \leq n$. Menurut Donda dkk. [3], fungsi keanggotaan dapat dinyatakan dengan kurva trapesium yang dapat ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik fungsi keanggotaan kurva trapesium

Persamaan fungsi keanggotaan kurva trapesium dinyatakan sebagai Persamaan (3):

$$f_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \text{ atau } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \end{cases} \quad (3)$$

3.3 Metode *Fuzzy Time Series* Musiman

Menurut Liu dan Wei [8], metode *fuzzy time series* sebelumnya dapat menghasilkan eror yang besar apabila data yang diuji memiliki pola musiman. Hal ini dikarenakan, pada penelitian sebelumnya metode yang digunakan tidak dapat merespon variasi musiman. Berikut diuraikan langkah-langkah *fuzzy time series* musiman.

1. Menghilangkan efek musiman pada data historis dengan menghitung indeks musiman menggunakan metode rasio *moving average*. Berikut adalah langkah-langkah dari metode ini.
 - a. Menyatakan data historis yang diuji dengan $S_t, t = 1, 2, 3, \dots, n$.
 - b. Menentukan periode waktu musiman k .
 - c. Menghitung *moving average* dengan cara menghitung rata-rata selama periode waktu musiman k .
 - d. Jika periode musiman k ganjil, maka lanjut ke langkah 1(e). Jika k genap, maka menghitung *centered moving average* dengan cara menghitung nilai tengah dari hasil perhitungan dua *moving average* yang berurutan.
 - e. Menghitung rasio *moving average* dengan membagi data aktual setiap periode waktu dengan hasil perhitungan *moving average* yang sesuai.
 - f. Menghitung indeks musiman $Si_t, t = 1, 2, 3, \dots, n$ dengan cara menghitung rata-rata rasio *moving average* pada periode yang sama.
 - g. Menghitung data tanpa efek musiman D_{S_t} dengan membagi data aktual setiap periode waktu dengan indeks musiman yang sesuai.
2. Menghitung selisih data tanpa efek musiman pada setiap periode dengan Persamaan (4) berikut.

$$V_t = D_{S_t} - D_{S_{t-1}}, t = 2, 3, 4, \dots, n \quad (4)$$

dengan

- V_t : selisih data tanpa efek musiman
 D_{S_t} : data tanpa efek musiman pada periode waktu t
 $D_{S_{t-1}}$: data tanpa efek musiman pada periode waktu $(t - 1)$

3. Menentukan semesta pembicaraan dengan Persamaan (5) berikut.

$$U = [V_{min}, V_{max}] \quad (5)$$

dengan

- U : semesta pembicaraan
 V_{min} : nilai terkecil dari seluruh V_t
 V_{max} : nilai terbesar dari seluruh V_t

4. Menentukan panjang interval dengan membagi semesta pembicaraan U ke dalam beberapa interval. Pertama, membagi U ke dalam beberapa interval u_i menggunakan metode *Sturges* [10] yang ditulis dalam Persamaan (6) dan (7)

$$p = 1 + 3,322 \log \log (n) \quad (6)$$

$$l = \frac{V_{max} - V_{min}}{p} \quad (7)$$

dengan

- p : banyak kelas

- l : panjang kelas
- n : banyaknya data

Kemudian, membagi interval u_i ke dalam beberapa subinterval u'_i berdasarkan frekuensi densitas (Jilani *et al.* [7]), dengan mengurutkan interval berdasarkan frekuensi data yang lebih besar dari nol pada setiap interval dari yang terbesar hingga terkecil sehingga membentuk sebanyak m tingkatan frekuensi. Untuk interval dengan jumlah frekuensi terbesar maka interval dibagi sebanyak m subinterval sama panjang, untuk interval dengan jumlah frekuensi terbesar kedua maka interval dibagi sebanyak $(m - 1)$ subinterval sama panjang. Kemudian, untuk interval dengan jumlah frekuensi terbesar ketiga maka interval dibagi sebanyak $(m - 2)$ subinterval sama panjang, untuk interval dengan jumlah terkecil tidak dibagi ke dalam subinterval, dan apabila terdapat interval dengan jumlah frekuensi nol maka interval dihapuskan.

5. Menentukan anggota himpunan *fuzzy* A_i dari subinterval u'_i seperti pada persamaan (2), dengan A_i menyatakan himpunan *fuzzy* ke- i .
6. Melakukan fuzzifikasi seluruh V_t . Jika V_t berada dalam subinterval u'_i maka V_t merupakan bagian dari himpunan *fuzzy* A_i .
7. Menentukan nilai *fuzzy* hasil fuzzifikasi ($F(t)$). Menurut Huang *et al.* [5], terdapat $C(t)$ sebagai kriteria matriks yang menyatakan himpunan *fuzzy* pada waktu $(t - 1)$ dapat ditulis dalam Persamaan (8)

$$C(t) = F(t - 1) = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_n] \tag{8}$$

dengan

- c_i : nilai keanggotaan hasil fuzzifikasi dalam $A_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$

Kemudian terdapat $O^w(t)$ sebagai operasi matriks yang dibentuk oleh hubungan himpunan *fuzzy* pada banyaknya periode waktu lampau w , dengan $w \geq 2$, dapat ditulis dalam Persamaan (9):

$$O^w(t) = \begin{bmatrix} F(t - 2) \\ F(t - 3) \\ \dots \\ F(t - w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} & \dots & o_{1n} \\ o_{21} & o_{22} & \dots & o_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ o_{(w-1)1} & o_{(w-1)2} & \dots & o_{(w-1)n} \end{bmatrix} \tag{9}$$

dengan

- o_i : nilai keanggotaan hasil fuzzifikasi dalam $A_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$

Berdasarkan persamaan (8) dan (9), dapat ditentukan matriks relasi *fuzzy* $R(t)$ dengan Persamaan (10) berikut

$$\begin{aligned}
 R(t) &= O^w(t) \otimes C(t) \\
 &= \begin{bmatrix} O_{11} \cdot C_1 & O_{12} \cdot C_2 & \dots & O_{1n} \cdot C_n \\ O_{21} \cdot C_1 & O_{22} \cdot C_2 & \dots & O_{2n} \cdot C_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ O_{(w-1)1} \cdot C_1 & O_{(w-1)2} \cdot C_2 & \dots & O_{(w-1)n} \cdot C_n \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{(w-1)1} & r_{(w-1)2} & \dots & r_{(w-1)n} \end{bmatrix} \tag{10}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan (10), nilai $F(t)$ dapat diperoleh dengan menghitung nilai maksimum dari setiap kolom $R(t)$ (Persamaan (11)).

$$\begin{aligned}
 F(t) &= [\max(r_{11}, r_{21}, \dots, r_{(w-1)1}), \dots, \max(r_{1n}, r_{2n}, \dots, r_{(w-1)n})] \\
 &= [f_1, f_2, \dots, f_n] \tag{11}
 \end{aligned}$$

- Melakukan defuzzifikasi C_{V_t} menggunakan metode rata-rata terbobot yang ditulis dalam Persamaan (12):

$$C_{V_t} = \frac{f_1 m_1 + f_2 m_2 + \dots + f_n m_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} \tag{12}$$

dengan

- f_i : nilai maksimum dari setiap kolom $R(t)$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$
- m_i : titik tengah pada setiap subinterval u'_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$

Menghitung nilai peramalan (F_{V_t}) dengan persamaan (13) yang ditulis sebagai

$$F_{V_t} = (C_{V_t} + D_{S_{t-1}}) \times Si_t \tag{13}$$

dengan

- C_{V_t} : hasil defuzzifikasi pada periode waktu t
- $D_{S_{t-1}}$: data tanpa efek musiman pada waktu $(t - 1)$
- Si_t : indeks musiman pada periode waktu t

4. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan diperoleh simpulan bahwa metode *fuzzy time series* sebelumnya tidak dapat merespon variasi musiman sehingga menghasilkan nilai peramalan dengan eror yang besar apabila data historis yang diuji memiliki pola musiman. Oleh karena itu, pengembangan metode *fuzzy time series* musiman sesuai untuk

melakukan analisis data *time series* berpola musiman dan penentuan panjang interval menggunakan partisi interval frekuensi densitas dapat memberikan tingkat keakuratan peramalan yang optimal.

Daftar Pustaka

- [1] Al'afi, A. M., Widiarti, W., Kurniasari, D., Usman, M., (2020), Peramalan Data Time Series Seasonal Menggunakan Metode Analisis Spektral, *Jurnal Siger Matematika* **1(1)**, 10-15, <http://dx.doi.org/10.23960%2Fjsm.v1i1.2484>.
- [2] Chen, S. M., (1996), Forecasting Enrollments Based on Fuzzy Time Series, *Fuzzy Sets and Systems* **81(3)**, 311 – 319, [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(95\)00220-0](https://doi.org/10.1016/0165-0114(95)00220-0).
- [3] Donda, T. B., Montolalu, C., Rindengan, A. J., (2018), Prediksi Jumlah Produksi Mebel Pada CV. Sinar Sukses Manado Menggunakan Fuzzy Inference System, *d'CARTESIAN: Jurnal Matematika dan Aplikasi* **7(1)**, 35–43, <https://doi.org/10.35799/dc.7.1.2018.19552>.
- [4] Fauziah, N., Wahyuningsih, S., Nasution, Y. N., (2016), Peramalan Menggunakan Fuzzy Time Series Chen (Studi Kasus: Curah Hujan Kota Samarinda), *Jurnal Statistika Universitas Muhammadiyah Semarang* **4(2)**, 52–61, <https://doi.org/10.26714/jsunimus.4.2.2016.%25p>.
- [5] Huang, Y. L., Horng, S. J., Kao, T. W., Run, R. S., Lai, J. L., Chen, R. J., Khan, M. K., (2011), An Improved Forecasting Model Based on The Weighted Fuzzy Relationship Matrix Combined with A PSO Adaptation for Enrollments, *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* **7(7)**, 4027-4046.
- [6] Huarng, K., (2001), Effective Lengths of Intervals to Improve Forecasting in Fuzzy Time Series, *Fuzzy Sets and Systems* **123(3)**, 387–394, [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(00\)00057-9](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(00)00057-9).
- [7] Jilani, T. A., Burney, S. M. A., Ardil, C., (2007), Fuzzy Metric Approach for Fuzzy Time Series Forecasting Based on Frequency Density Based Partitioning, *International Journal of Computer and Information Engineering* **4(7)**, 1194–1199.
- [8] Liu, H. T. dan Wei, M. L., (2010), An Improved Fuzzy Forecasting Method for Seasonal Time Series, *Expert Systems with Applications* **37(9)**, 6310–6318, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.02.090>.
- [9] Loupatty, G., (2007), Prakiraan Curah Hujan Kecamatan Kairatu Kabupaten Seram

Bagian Barat dengan Model Autoregressive Integrated Moving Average (Arima), *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan* **1(2)**, 40–48, <https://doi.org/10.30598/barekengvol1iss2pp40-48>.

- [10] Purwanti, N. R. dan Musdalifah, S., (2021), Peramalan Suku Bunga Acuan (BI-7 Day Repo Rate) dengan Metode Fuzzy Time Series, *Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan* **18(2)**, 252–263, <https://doi.org/10.22487/2540766X.2021.v18.i2.15713>.
- [11] Setiadji, (2009), *Himpunan dan Logika Samar serta Aplikasinya*, Edisi Pertama, Graha Ilmu, Yogyakarta.
- [12] Song, Q. dan Chissom, B. S., (1993), Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series—Part I, *Fuzzy Sets and Systems* **54(1)**, 1–9, [http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114\(93\)90355-L](http://dx.doi.org/10.1016/0165-0114(93)90355-L).
- [13] Stevenson, M., dan Porter, J. E., (1972), Fuzzy Time Series Forecasting Using Percentage Change as The Universe of Discourse, *Change* **1971(3.89)**, 464–467.
- [14] Wahyuni, N. P. M. S, Sumarjaya, I. W., Srinadi, I. G. A. M., (2016), Peramalan Curah Hujan Menggunakan Metode Analisis Spektral, *E-Jurnal Matematika* **5(4)**, 183–193.
- [15] Zadeh, L. A., (1965), Fuzzy Sets, *Information and Control* **8**, 338–353.