

APLIKASI TEORI DOMINASI JARAK SATU PADA PENEMPATAN SPBU DI KABUPATEN JEMBER

Muhlisatul Mahmudah

¹Universitas Islam Jember/FKIP Matematika, Indonesia

E-mail: maxlisa742@gmail.com

ABSTRACT

Many Public Gas Stations (SPBU) in Jember Regency has an impact on the inefficiency of Jember Regency area which should be used for other developments which also benefit the community. Therefore, this research useful to investigate the dominating number of one distance in the Shackle operation graph that is Shackle (F_6, B_2, n) , and the placement of SPBU in Jember Regency so that its placement can reach all areas of Jember Regency. This research uses axiomatic deductive method and pattern detection, which determine the dominating sets in a way that the minimum cardinality is found and produces new theorems that have been deductively proven so the truth is generally valid.

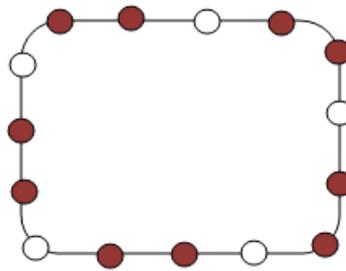
Keyword : *Axiomaticdeductive, dominating set, Shackle (F_6, B_2, n)*

PENDAHULUAN

Pengaplikasian Teori Graf terdapat diberbagai hal atau bidang yaitu berupa bidang keamanan, perhutanan, transportasi, perkebunan, pembelajaran, penyimpanan, pertanian dan lain-lain [11]. Terdapat beberapa aplikasi topik didalam teori graf yaitu diantaranya, pewarnaan graf titik, pewarnaan graf sisi, *dominating set*, *kryptosystem alphabetic cipher*, graf berarah dan bilangan dominasi. Salah satu aplikasi atau topik yang menarik didalam teori graf yaitu bilangan dominasi. Penyebab teori bilangan dominasi muncul yaitu didalam permainan catur yang berada di negara Eropa. Para kalangan pecinta catur yang berada diwilayah Eropa memiliki masalah yaitu berupa penempatan ratu (*queen*) pada papan catur yang berukuran 8×8 sehingga ratu dapat menguasai semua kotak yang ada di papan catur tersebut [9]. Yang menjadi permasalahan adalah seperti karakteristik pada graf harus meminimalisir ratu catur yang akan digunakan atau jumlah ratu yang akan diletakkan harus sedikit atau seminimal mungkin.kasus ini terjadi pada tahun 1850, didalam bilangan dominasi karena merupakan topik didalam graf tentunya terdapat titik dan sisi. Titik didalam bilangan dominasi yaitu banyaknya pendominasi pada suatu graf atau dimana titik-titik tersebut dapat mendominasi titi-titik yang terhubung disekitarnya yang mana titik tersebut harus sedikit atau berjumlah seminimal mungkin. $\gamma(G)$ merupakan notasi dari bilangan dominasi [9].

Pada kehidupan sehari-hari terdapat beberapa contoh dari Bilangan Dominasi yaitu diantaranya CCTV yang ditempatkan di tempat-tempat tertentu. Dimana CCTV ditempatkan pada tempat-tempat atau sudut-sudut tertentu supaya dapat menjangkau area yang dituju dan area di sekitarnya pada jarak tertentu, penempatan irigasi sawah, penempatan portal pada perbatasan jalan-jalan sempit, pos polisi yang digunakan untuk memantau yang ditempatkan pada bagian-bagian jalan tertentu, dan mobil dengan daya listrik yang juga ditempatkan pada area-area tertentu dilahan perkebunan. Dengan diterapkannya bilangan dominasi maka penempatan irigasi sawah, penempatan pos polisi, penempatan CCTV, penempatan mobil dengan daya listrik dan penempatan portal akan lebih minimal dan efisien.

Graf *circle* C_{15} Pada Gambar 1 merupakan graf dengan bilangan dominasi yang memiliki jarak satu dimana titik putih merupakan titik yang mendominasi membutuhkan titik pendominasi lebih banyak [5]. Masalah seperti ini sangat bermanfaat dan dibutuhkan dalam masalah atau kasus seperti penempatan CCTV, penempatan irigasi sawah, penempatan portal, penempatan pos pantau polisi dan mobil daya listrik dan lain-lain. Dominating set yang memiliki jarak satu dapat menyelesaikan jumlah fasilitas yang sedikit atau terbatas.

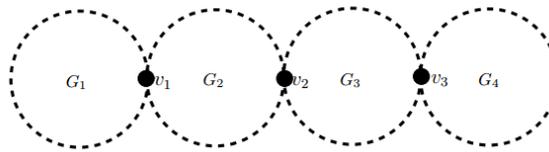


Gambar 1. Graf Circle C_{15}

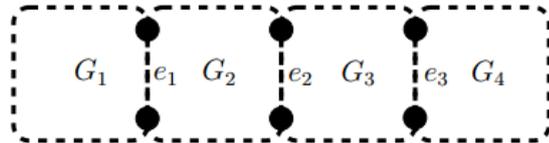
Pada penelitian ini penulis meneliti bilangan dominasi jarak satu pada graf hasil operasi *Shackle* yaitu graf $shack(F_6, B_2, n)$, Serta akan dibahas studi kasus bilangan dominasi jarak dua pada penempatan stasiun pengisian bahan bakar umum (SPBU) pada Kabupaten Jember, dikarenakan penempatannya sembarangan dan tidak menjangkau wilayah di sekitar Kabupaten Jember. Oleh karena itu, diperlukannya penelitian ini agar pembangunan SPBU juga dapat diminimalisir dan tentunya berdampak pada pemanfaatan area dilingkungan kabupaten jember agar digunakan untuk pembangunan lain yang tentunya juga bermanfaat bagi masyarakat.

Kreyszig menyebutkan bahwa Sebuah graf diartikan sebagai pasangan terurut himpunan (*vertex*, *edge*) dimana V adalah sebuah himpunan tidak kosong yang berhingga yang anggota-anggota himpunan dinamakan titik (*vertex*) [11]. Edge adalah sebuah himpunan sisi yang menghubungkan sepasang titik. Graf dapat dinotasikan dengan $G = (V, E)$, yang mana vertek atau V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong [10]. Dalam suatu graf terdapat banyaknya titik yang disebut dengan P dan banyaknya sisi yang disebut dengan q sehingga sebuah graf dapat ditulis dengan $G(p, q)$. sedangkan untuk secara umum diagram merupakan gambaran umum dari graf dimana $v_i = 1, 2, 3, \dots, p$ merupakan *vertexs* dan $e_k = 1, 2, 3, \dots, q$ merupakan sisi untuk *vertex* digambarkan dengan titik dan sisi digambarkan dengan garis lurus atau lengkung yang menghubungkan dua *vertexs* v_i, v_j . Sedangkan didalam graf terdapat graf operasi salah satu contoh graf operasi yaitu graf operasi *Shackle* [7].

$Shack(G_1, G_2, G_3, \dots, G_n)$ merupakan notasi dari graf *Shackle*, graf *Shackle* yang dibentuk dari n salinan dengan $n \geq 2$ dan bilangan bulat maka graf G dinotasikan dengan $Shack(G, n)$ [7]. untuk operasi *Shackle* ada dua macam yaitu *Shackle* titik dan *Shackle* sisi. $Shack(G, v, t)$ merupakan notasi dari operasi *Shackle* titik dimana yang mengartikan graf dibangun dari sebarang graf G dimana sebanyak t salinan dan v sebagai linkage *vertex*, untuk gambar graf hasil operasi *Shackle* titik dapat dilihat pada Gambar 3. Sedangkan $Shack(G, e, t)$ merupakan notasi dari operasi *Shackle* sisi yang mendefinisikan bahwa graf dibangun dari sebarang graf G sebanyak t salinan dan e sebagai linkage edge, untuk gambar graf hasil operasi *Shackle* sisi dapat dilihat pada Gambar 4 [7].



Gambar 3. Graf Hasil Operasi *Shackle* Titik $Shack(G, v, 4)$



Gambar 4. Graf Hasil Operasi *Shackle* sisi $Shack(G, v, 4)$

Sedangkan untuk Himpunan dominasi (*dominating set*) S pada graf G adalah subset dari $V(G)$ sedemikian setiap simpul G yang bukan elemen S terhubung dan berjarak satu terhadap S [11]. Sedangkan untuk bilangan dominasi atau $\gamma(G)$ adalah kardinalitas minimum di antara himpunan dominasi pada graf G . Teori bilangan dominasi berjarak satu diantaranya dapat dilihat pada Teorema 1.

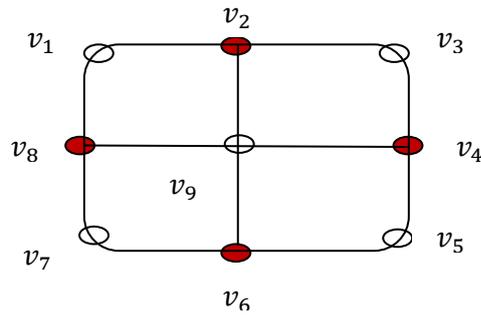
Teorema 1. Untuk sebarang graf G

$$\left\lceil \frac{p}{1+\Delta(G)} \right\rceil \leq \gamma(G) \leq p - \Delta(G) \quad (1)$$

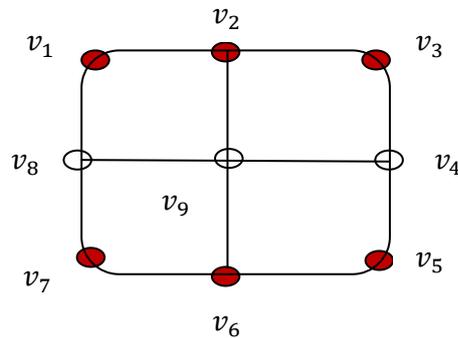
Bukti. Misalkan S adalah sebuah γ -set dari G , pertama kita andaikan batas bawah. Setiap simpul dapat menjadi anggota *dominating set* berakibat $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{1+\Delta(G)} \right\rceil$ dengan p adalah jumlah simpul suatu graf G . Untuk batas atasnya, misalkan v adalah titik dengan degree maksimum $\Delta(G)$. Maka v sebagai *dominating set* $N[v]$ dan titik $V - N[v]$ merupakan *dominating set* mereka sendiri. Berakibat, $V - N[v]$ merupakan *dominating set* dengan kardinalitas $p - \Delta(G)$, sehingga $\gamma(G) \leq p - \Delta(G)$.

METODE PENELITIAN

Ada dua metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu yang pertama pendeteksian pola merupakan cara yang mana mencari himpunan yang mendominasi sedemikian hingga dapat ditemukan bilangan kardinalitas atau bilangan kromatik yang minimum [6]. Untuk yang kedua metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu deduktif aksiomatik, dimana deduktif aksiomatik merupakan penggunaan teorema atau aksioma yang telah ada dengan digunakannya prinsip-prinsip deduktif dalam mencari solusi atau memecahkan masalah. Oleh karena itu teorema-teorema baru akan dihasilkan melalui penelitian ini yang mana akan dibuktikan kebenarannya. Sebelum melakukan penelitian, penulis menunjukkan terlebih dahulu mengenai *dominating set* jarak satu. Observasi dilakukan pada graf seperti Gambar 5 dengan simpul berwarna putih adalah simpul *pendominasi*. Pada Gambar 5 $S = \{v_1, v_3, v_5, v_7, v_9\}$ dan Gambar 6 $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, pada Gambar 5 merupakan himpunan dominasi jarak satu dengan bilangan dominasi $\gamma(G) = 5$, sedangkan pada Gambar 6 merupakan himpunan dominasi jarak satu d menggunakan kardinalitas minimum, sehingga bilangan dominasi jarak satu $\gamma(G) = 3$.

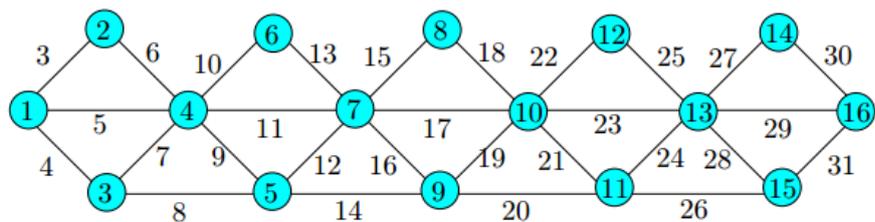


Gambar 5. Himpunan Dominasi Jarak Satu



Gambar 6. Himpunan Dominasi Jarak Satu Minimum

Shackle graf Kipas dengan notasi $shack(F_6, B_2, n)$ merupakan graf hasil operasi dari graf kipas dengan jumlah *vertex* 6 dan graf buku dengan jumlah *vertex* 2. untuk Gambar 7 merupakan gambar $shack(F_6, B_2, n)$ dengan $n = 5$ [6].



Sumber :Mahmudah 2016

Gambar 7. Pelabelan Titik dan Sisi (3,1) pada $shack(F_6, B_2, n)$

Denah Kabupaten Jember akan direpresentasikan sebagai graf dengan simpang jalan sebagai titik, serta antara simpang jalan akan direpresentasikan sebagai sisi. Aplikasi bilangan dominasi jarak satu pada Kabupaten Jember ini adalah penentuan suatu simpul sebagai posisi Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) yang dapat mendominasi simpul disekitarnya dengan jarak maksimal satu dan jumlah Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) yang digunakan seminimal mungkin.

Sebelum melakukan penelitian penulis merancang penelitian sebagai berikut: yang pertama yaitu penulis Memilih beberapa graf $shack(F_6, B_2, n)$, dengan menggunakan algoritma greedy penulis menentukan dan menganalisis dominating set pada graf $shack(F_6, B_2, n)$, yang ketiga penulis memilih titik berderajat maksimal sebagai titik

pendominasi jarak satu, lalu untuk titik yang belum terdominasi penulis memilih titik berderajat maksimal berikutnya, kemudian menentukan dominatig set jarak satu, Menentukan bilangan kardinalitas jarak satu, dan yang terakhir menarik kesimpulan. Sedangkan Penelitian ini dilakukan di Laboratorium dan ruang dosen Program Studi Matematika FKIP Universitas Islam Jember di Jl. Kyai Mojo No. 101 Jember Telp 0331-488675. Sedangkan tempat pengambilan data ussernamdan password dosen di ruang akademik FKIP Universitas Islam Jember di Jl. Kyai Mojo No. 101 Jember Telp 0331-48867.

HASIL DAN PEMBAHASAN

HASIL

Hasil dari penelitian ini yaitu Teorema 2 yang berisikan bilangan dominasi jarak satu terhadap *Shackle* graf kipas $shack(F_6, B_2, n)$ untuk $n \geq 1$.

Teorema 2. untuk $n \geq 1$ dominating number berjarak satu dari *Shackle* graf kipas $shack(F_6, B_2, n)$ adalah

$$\gamma\left(shack(F_6, B_2, n)\right) = \left\lceil \frac{3n+1}{7} \right\rceil \quad (2)$$

Bukti. Pada *Shackle* graf kipas dihasilkan $|V| = 3n + 1$. Sedangkan Jumlah sisi pada *Shackle* graf kipas $|E| = 6n - 1$. Berdasarkan Teorema 1 dinyatakan bahwa

$\left\lceil \frac{p}{1+\Delta G} \right\rceil \leq \gamma(G) \leq p - \Delta(G)$, sedangkan Untuk graf $shack(F_6, B_2, n)$ memiliki

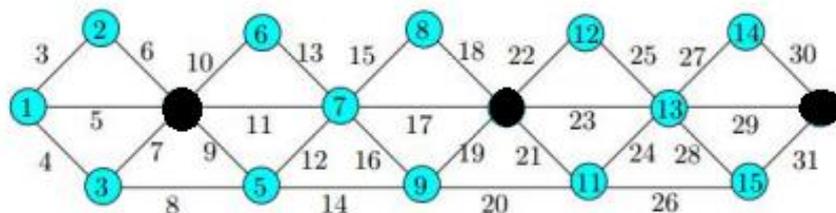
$\Delta Shackle(F_6, B_2, n) = 6$, maka $\left\lceil \frac{3n+1}{7} \right\rceil \leq \gamma(shack(F_6, B_2, n)) \leq 3n - 5$. Namun demikian

terbukti bahwa $\gamma(shack(F_6, B_2, n)) \leq \left\lceil \frac{3n+1}{7} \right\rceil$. Pilih titik sebagai himpunan dominasi

$S = \{y_j; 1 \leq j \leq n+2\}$ sehingga bilangan kromatik dari himpunan dominasi titik adalah

$\left\lceil \frac{3n+1}{7} \right\rceil$. Maka $\gamma(Shack(F_6, B_2, n)) = \left\lceil \frac{3n+1}{7} \right\rceil$ untuk $n \geq 1$. Berikut contoh

Dominating number berjarak satu untuk $n = 5$ pada *Shackle* graf kipas, maka bilangan kromatiknya yaitu 3 untuk *vertex* yang berwarna hitam merupakan *vertex* yang mendominasi dari *vertex* lain, maka sesuai dengan Teorema 2 bahwa $\gamma\left(shack(F_6, B_2, n)\right) = 3$.



Gambar 8. Pelabelan Titik dan Sisi (3,1) pada shack $shack(F_6, B_2, n)$

PEMBAHASAN

Selanjutnya yaitu studi kasus dalam aplikasi *Dominating Set* jarak satu pada peta kabupaten Jember. Berikut Gambar 9 merupakan morfologi peta Kabupaten Jember.



Gambar 9. Peta Kabupaten Jember

Kabupaten Jember terletak di Jawa Timur. Dimana Kabupaten ini berbatasan dengan kabutapan Bondowoso, Kabupaten Lumajang, Kabupaten Probolinggo, Kabupaten Situbondo dan Kabupaten Banyuwangi. Untuk jumlah kecamatannya terdiri dari 1 kecamatan. untuk Hari jadi atau ulang tahun Kabupaten Jember jatuh setiap tanggal 1 Januari. Dari gambar peta Kabupaten Jember terdaat 31 Kecamatan dimana ada pulau kecil yang bernama Nusa Barong dan pulau tersebut masuk kedalam kecamatan Puger. 31 Kecamatan yang ada di Kabupaten jember telah tertera pada peta dengan masing-masing wilayahnya yang ada.

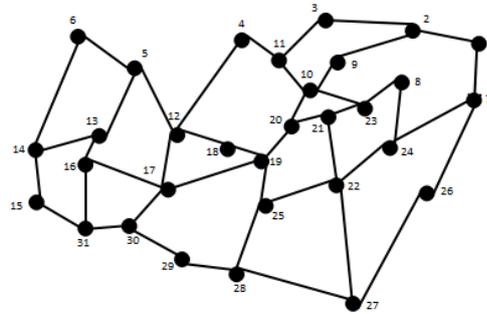


Gambar 10. SPBU yang ada di Kabupaten Jember

Pada Gambar 10 merupakan SPBU yang ada di Kabupaten Jember. Pada gambar tertera penempatan SPBU yang tidak beraturan dan terkadang berada pada satu kecamatan yang sama bahkan jarak antara SPBU yang satu dengan yang lain sangat berdekatan. Selain itu, Kabupaten Jember memiliki 17 SPBU, hal ini juga dapat diminimalkan agar lebih efisien. Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan diatur penempatannya dengan meminimalisir SPBU yang ada di Kabupaten Jember dengan menggunakan aplikasi graf yaitu teori dominasi.

Langkah yang pertama yaitu menentukan peta Kabupaten Jember ke dalam graf, kemudian gambar peta tersebut diaplikasikan atau direpresentasikan menjadi *J*-Graf. *J*-Graf adalah cara merepresentasikan ataupun mengaplikasikan graf dengan setiap kecamatan sebagai titik dan setiap jalan utama yang menghubungkan antar kecamatan di representasikan sebagai sisi. Karena pada Kabupaten jember terdiri dari 31 Kecamatan maka simpul yang ada pada *J*-graf sebanyak 31 dan begitu pula dengan banyaknya sisi

mengikuti banyaknya jalan utama yang menghubungkan antar kecamatan. Untuk representasi Graf dari peta Kabupaten Jember dapat dilihat pada Gambar 10. Dari Representasi graf tersebut akan ditentukan lokasi (SPBU) pada titik-titik tertentu, tanpa mengurangi tingkat efisiensinya didapat jumlah SPBU minimal dengan menggunakan Teori Dominasi jarak satu. Berikut merupakan Gambar 10 graf representasi dari peta Kabupaten Jember.

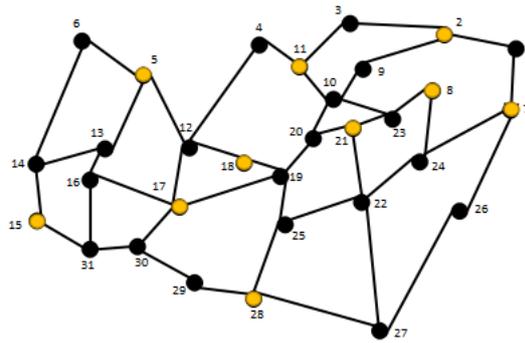


Gambar 10. J-Graf Representasi Peta Kabupaten Jember

Tabel 1. Keterangan J-Graf pada Rrepresentasi Peta Kabupaten Jember

| No | Nama kecamatan | No | Nama kecamatan |
|----|----------------|----|----------------|
| 1 | Sumberjambe | 17 | Balung |
| 2 | Sukowono | 18 | Rambipuji |
| 3 | Jelbuk | 19 | Ajung |
| 4 | Panti | 20 | Kaliwates |
| 5 | Tanggul | 21 | Sumbersari |
| 6 | Sumberbaru | 22 | Mumbulsari |
| 7 | Lodokombo | 23 | Pakusari |
| 8 | Kalisat | 24 | Mayang |
| 9 | Arjasa | 25 | Jenggawah |
| 10 | Patrang | 26 | Silo |
| 11 | Sukorambi | 27 | Tempurejo |
| 12 | Bangsalsari | 28 | Ambulu |
| 13 | Sembo | 29 | Wuluhan |
| 14 | Jombang | 30 | Puger |
| 15 | Kencong | 31 | Gumukmas |
| 16 | Umbulsari | | |

Pada Gambar 10 dapat dianalisis himpunan Dominasi sebanyak 10 titik. Titik-titik pendominasi yang ada pada representasi graf Kabupaten Jember dapat mendominasi titik terhubung berjarak maksimal satu. Titik-titik pendominasi tersebut dapat dilihat pada Gambar 11 dimana titik dengan berwarna kuning adalah titik Pendominasi. Sehingga penempatan SPBU dapat diletakkan pada titik-titik pendominasi dan hanya dibutuhkan 10 SPBU pada Kabupaten Jember.



Gambar 11. *J*-Graf Peta Kabupaten Jember dengan titik pendominasi

Batas atas dan batas bawah pada teori dominasi jarak satu yaitu $\left\lceil \frac{p}{1 + \Delta G} \right\rceil \leq \gamma(G) \leq p - \Delta(G)$ Telah ditemukan sesuai dengan Teorema 1 yang mana *J*-graf kabupaten Jember memiliki 31 Kecamatan atau titik simpul sehingga $p = 31$ dan derajat maksimal dari *J*-graf Kabupaten Jember yaitu 4, maka *J*-graf Kabupaten Jember memiliki titik dominasi $7 \leq \gamma(G) \leq 27$. Dari Gambar 11 telah dijelaskan bahwa titik kuning merupakan titik pendominasi jarak satu dari titik sekitarnya atau merupakan tempat SPBU yang akan diletakkan pada titik tersebut dengan keterangan seperti berikut, SPBU di Kabupaten Jember dapat diletakkan di Kecamatan-Kecamatan seperti berikut: Titik 2 (Sukowono), titik 5 (Tanggul), titik 7 (Lodokombo), titik 8 (Kalisat), titik 11 (Sukorambi), titik 15 (Kencong), titik 17 (Balung), titik 18 (Rambipuji), titik 21 (Sumbersari), titik 28 (Ambulu). Berdasarkan analisis tersebut Kabupaten Jember yang awalnya memiliki 17 SPBU dan tempatnya juga tidak beraturan sehingga tidak efisien dengan menggunakan teori dominasi yang hanya membutuhkan 10 SPBU.

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan maka didapat kesimpulan yaitu 1) dihasilkan bilangan dominasi jarak satu pada graf $shack(F_6, B_2, n)$ yang memiliki bilangan kromatik 3 untuk $n = 5$ dan 2) penempatan SPBU di Kabupaten Jember dapat diminimalisir menjadi 10 SPBU yang awalnya 17 SPBU, sehingga lebih efisien dan lahan yang awalnya digunakan untuk pembangunan SPBU dapat dijadikan lahan bangunan lain yang lebih fungsional.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Alanko, S., Crevals, S., Isopoussu, A., Östergård, P., & Pettersson, V. (2011). Computing the Dominating Number of Grid Graph. *The Electronic Journal*, 18(1).
- [2] Go, C. E., & Canoy Jr, S. R. (2011). Domination in the corona and join of graphs. In *International Mathematical Forum*, 6(16), pp. 763-771.
- [3] Darmaji dan Umilasari, R. 2014. Dominating Set Berjarak Dua pada Graf
- [4] Jahangir dan Prisma. *Tidak Diterbitkan. Paper*. Surabaya: ITS..
- [5] Iswadi, H., Baskoro, E. T., Salman, A. N. M., & Simanjuntak, R. (2010). The resolving graph of amalgamation of cycles. *Utilitas Mathematica*, 83, 121-132.
- [6] Jumani, A. D., & Chand, L. (2012). Domination Number of Prism over Cycle C_n . *Sindh University Research Journal-SURJ (Science Series)*, 44(2), pp. 237-238.

- [7] Mahmudah, M. (2016). *Analisis Keterkaitan SEATL Graf Konektif dan Diskonektif serta aplikasi dalam Pengembangan Kriptosistem Polyalphabetic Cipher*. Jember: Universitas Jember.
- [8] Maryati, T. K., Salman, A. N. M., Baskoro, E. T., Ryan, J., & Miller, M. (2010). On H-supermagic labelings for certain shackles and amalgamations of a connected graph. *Utilitas Mathematica*, 83, pp. 333-342.
- [9] Ratnasari, L., Surarso, B., Harjito, H., & Maunah, U. (2017). Bilangan Dominasi Persekitaran Pada Graf Lengkap Dan Graf Bipartit Lengkap. *Jurnal Matematika*, 20(1), pp. 20-26.
- [10] Slamini. (2009). *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.
- [11] Umilasari, R. (2015). *Bilangan Dominasi Jarak Dua pada Graf-graf Hasil Operasi Korona dan Comb*. Surabaya: ITS.
- [12] Vikade, W. D. (2016). *Bilangan Dominasi Jarak Dua pada Graf Hasil Operasi*. Jember: Universitas Jember.