

PEMODELAN MATEMATIKA PADA PROSES PEMBEKUAN ES DI RUANG *BRINE TANK* PABRIK ES BALOK TALANGSARI JEMBER

Akhmad Sholihin¹, Arif Fatahillah², Toto Bara Setiawan²
Program Studi Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Jember
Jalan Kalimantan 37 Kampus Tegalboto Jember 68121
E-mail: Akhmadsholihin61911@gmail.com

ABSTRACT

One of the main activities of block ice production is the process of freezing ice blocks in the brine tank. Brine Tank is a tank that functions to freeze ice blocks. Brine Tank contains salt water. Mathematical modeling is a formulation of mathematical models that describe how to get a solution to a mathematical problem in a natural event. Mathematical modeling can form mathematical models that describe the process of ice freezing in brine tanks in accordance with actual conditions without ignoring important factors in the system. The mathematical model in the process of ice freezing in the Brine Tank is obtained from the momentum equation and the energy equation which is solved using the finite volume method. In this study a mathematical model was built to determine the effectiveness of time in the ice freezing process in the brane tank.

Keywords: *Brine Tank, Mathematical modeling, Finite volume*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu yang mendasari dalam pengembangan ilmu-ilmu lainnya. Matematika sering digunakan dalam membantu menyelesaikan permasalahan yang khususnya berkaitan dengan komputasi atau perhitungan pada bagian disiplin ilmu tertentu. Salah satu kasus yang melibatkan matematika adalah Perpindahan panas dan perilaku aliran fluida yang dapat diprediksi menggunakan dua metode, yaitu penelitian eksperimental dan penghitungan numerik [1]. *Computational Fluid Dynamics* (CFD) merupakan ilmu yang mempelajari perhitungan numerik dalam menganalisis aliran fluida [3]. Penghitungan numerik menggunakan *computational fluid dynamics* (CFD) bertujuan untuk mengetahui secara mendalam mengenai data yang dibutuhkan, memprediksi parameter yang berpengaruh, dan fenomena fisika yang terjadi guna mengefisienkan produk yang akan dibuat.

¹Mahasiswa S-1 Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

²Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

Es adalah air yang membeku. Pembekuan ini terjadi bila air didinginkan di bawah 0° C pada tekanan atmosfer standar. *Brine system* adalah sistem pembuatan es balok dengan cara menggunakan cetakan es yang didinginkan melalui perantara air garam melalui perendaman di dalam *Brine Tank*. *Brine Tank* adalah berisi air garam. Garam berfungsi menurunkan titik beku air sehingga digunakan sebagai perantara pendingin cetakan es [10]. *Brines* atau air garam berfungsi sebagai *refrigerant* untuk mengambil kalor dari air sehingga air menjadi dingin dan lama-kelamaan akan membeku (menjadi es) [7].

Model matematika adalah representasi dari sistem nyata yang dijabarkan dalam bentuk simbol dan pernyataan matematika. Berdasarkan hal tersebut, model matematika merepresentasikan sebuah sistem dalam bentuk hubungan kuantitatif dan logika, berupa suatu persamaan matematika [2] [9]. Pemodelan matematika merupakan usaha perancangan rumusan matematika yang menggambarkan bagaimana mendapatkan penyelesaian masalah matematika yang digeneralisasi untuk diterapkan pada perilaku atau kejadian alam [4]. Syarat penting yang dibutuhkan dalam penyelesaian matematika untuk menghasilkan solusi adalah syarat keadaan, syarat ketunggalan, dan syarat kekontinuan pada parameter [6].

Proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* merupakan fenomena fisika yang perlu dikaji secara matematis. Faktor-faktor yang mempengaruhi pembekuan es di ruang *Brine Tank* perlu dikaji secara matematis sehingga proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* lebih efektif dan efisien. Sifat distribusi dari akibat-akibat yang ditimbulkan dalam suatu benda tergantung pada karakteristik sistem gaya dan benda itu sendiri [5]. Menurut Sukborom dan Chinsuwan terdapat beberapa faktor yang mempengaruhi proses pembekuan es balok antara lain temperatur *Brine*, temperatur awal air bahan es balok, dan koefisien kalor dinding *Brine* [8].

Penelitian ini bertujuan membentuk dan mengembangkan model matematika pada proses pembekuan es di ruang *Brine Tank*. Model matematika akan diselesaikan menggunakan metode volume hingga dan diskritisasi QUICK. Selain itu menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika, memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode volume hingga.

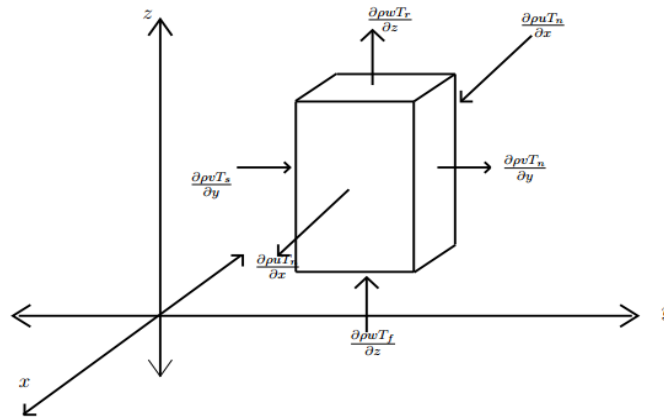
METODE PENELITIAN

Metode penelitian adalah tahap yang dilakukan untuk mendapatkan data yang akan dianalisis untuk sampai pada kesimpulan yang konsisten dengan tujuan penelitian. penelitian ini merupakan jenis penelitian simulasi. Penelitian simulasi merupakan sebuah replikasi atau visualisas dari perilaku sebuah sistem. Secara umum simulasi merupakan sebuah model yang berisi seperangkat variabel yang menampilkan ciri utama dari sistem kehidupan nyata.

Pada penelitian ini, peneliti memodelkan proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* pabrik es balok menggunakan metode volume hingga sehingga diperoleh hasil atau data-data yang mendekati keadaan sebenarnya. Langkah pertama adalah observasi terkait sistem kerja *Brine Tank*, kemudian menentukan faktor yang mempengaruhi proses pembekuan. Langkah selanjutnya membuat representasi dari sistem nyata tersebut dalam model matematika matematika. Maka akan diperoleh model matematika pada proses pembekuan es di ruang *Brine Tank*.

HASIL PENELITIAN

Analisis numerik pada proses pembekuan es balok pada ruang *Brine Tank* dilakukan dengan beberapa tahapan. Tahap pertama yaitu pembentukan model matematika pembekuan es balok di ruang *Brine Tank* didasarkan pada persamaan momentum dan persamaan energi. Persamaan momentum merupakan bentuk persamaan diferensial yang menghubungkan gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali, salah satunya adalah tekanan F_{σ}



Gambar 1. Skema Kendali Persamaan Momentum

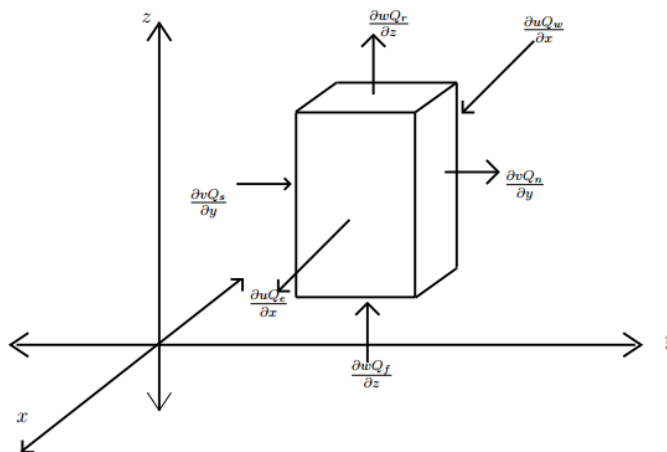
Maka persamaan momentum yang diperoleh sebagai berikut

$$\frac{\partial \rho h \phi_0}{\partial t} + [purerate] = \sum F \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho h \phi_0}{\partial t} + [out - in] = \sum F \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho T_0}{\partial t} + \left[\left(\frac{\partial \rho u T_e}{\partial x} + \frac{\partial \rho v T_n}{\partial y} + \frac{\partial \rho \omega T_r}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial \rho u T_w}{\partial x} + \frac{\partial \rho v T_s}{\partial y} + \frac{\partial \rho \omega T_f}{\partial z} \right) \right] = \mu \nabla u + \sigma \frac{\rho \gamma \nabla \alpha_1}{2(\rho + \rho_1)} \tag{3}$$

Selain persamaan momentum pada proses pembekuan dipengaruhi oleh perpindahan kalor [10]. Sehingga model matematika pada proses pembekuan es terbentuk dari persamaan energi.



Gambar 2. Skema Kendali Persamaan Energi

Dari skema kendali persamaan enegi diatas maka persamaa energi yang diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{\partial \rho h \phi_0}{\partial t} + [out - in] = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial Q_0}{\partial t} + \left[\left(\frac{\partial Q_e}{\partial x} + \frac{\partial Q_n}{\partial y} + \frac{\partial Q_r}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial Q_w}{\partial x} + \frac{\partial Q_s}{\partial y} + \frac{\partial Q_f}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (5)$$

Dengan

$$Q = \alpha \rho c_p T + \alpha_1 \rho_1 c_{p1} T_{kolam}$$

Penyelesaian model matematika menggunakan metode volume hingga dengan mengintegrasikan persamaan momentum dan persamaan energi terhadap empat variabel yaitu x , y , z dan t . Pengintegralan persamaan momentum sebagai berikut:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \int_z^{z+\Delta z} \left(\frac{\partial \rho T_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u T_e}{\partial x} + \frac{\partial \rho v T_n}{\partial y} + \frac{\partial \rho \omega T_r}{\partial z} - \frac{\partial \rho u T_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho v T_s}{\partial y} - \frac{\partial \rho \omega T_f}{\partial z} \right) dt dx dy dz = \left(\mu \nabla u + \sigma \frac{\rho \gamma \nabla \alpha_1}{\frac{1}{2}(\rho + \rho_1)} \right) dt dx dy dz \quad (6)$$

Diperoleh model akhir persamaan momentum dari proses pembekuan es di ruang *Brine Tank*:

$$\rho T_w \Delta x \Delta y \Delta z + \rho u (T_e - T_w) \Delta t \Delta y \Delta z + \rho v (T_n - T_s) \Delta t \Delta x \Delta z + \rho \omega (T_r - T_f) \Delta t \Delta x \Delta y = \mu T_0 + \sigma \frac{\rho \gamma}{\frac{1}{2}(\rho + \rho_1)} (\Delta t \Delta y \Delta z + \Delta t \Delta x \Delta z + \Delta t \Delta x \Delta y) \quad (7)$$

Selanjutnya pengintegralan persamaan energi

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_x^{x+\Delta x} \int_y^{y+\Delta y} \int_z^{z+\Delta z} \left[\frac{\partial Q_0}{\partial t} + \left(\frac{\partial Q_e}{\partial x} + \frac{\partial Q_n}{\partial y} + \frac{\partial Q_r}{\partial z} \right) - \left(\frac{\partial Q_w}{\partial x} + \frac{\partial Q_s}{\partial y} + \frac{\partial Q_f}{\partial z} \right) \right] dt dx dy dz = 0 \quad (8)$$

Maka diperoleh model akhir dari persamaan energi sebagai berikut :

$$Q_0 \Delta x \Delta y \Delta z + (Q_e - Q_w) \Delta t \Delta y \Delta z + (Q_n - Q_s) \Delta t \Delta x \Delta z + (Q_r - Q_f) \Delta t \Delta x \Delta y \quad (9)$$

Dengan,

$$Q = \alpha \rho c_p T_0 + \alpha_1 \rho_1 c_{p1} T_{kolam}$$

Model matematika pada proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* diperoleh dengan mensubstitusi persamaan (7) dan persamaan (9). Maka diperoleh

model matematika pada proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \left[T_0 \frac{\alpha \rho cp T_0}{\alpha \rho cp T_0 + \alpha_1 \rho_1 cp_1 T_{kolam}} \right] \rho T_w \Delta x \Delta y \Delta z + \rho u (T_e - T_w) \Delta t \Delta y \Delta z \\ & + \rho v (T_n - T_s) \Delta t \Delta x \Delta z + \rho \omega (T_r - T_f) \Delta t \Delta x \Delta y \\ & = \mu T_0 + \sigma \frac{\rho \gamma}{\frac{1}{2}(\rho + \rho_1)} (\Delta t \Delta y \Delta z + \Delta t \Delta x \Delta z + \Delta t \Delta x \Delta y) \end{aligned} \quad (10)$$

KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan diharapkan agar melakukan penelitian yang menganalisis faktor lain selain aliran darah. Model matematika pada proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* diperoleh dari persamaan momentum dan persamaan energi. Berdasarkan hasil penelitian maka diperoleh model matematika pada proses pembekuan es di ruang *Brine Tank* pabrik es balok Talangsari Jember

$$\begin{aligned} & \left[T_0 \frac{\alpha \rho cp T_0}{\alpha \rho cp T_0 + \alpha_1 \rho_1 cp_1 T_{kolam}} \right] \rho T_w \Delta x \Delta y \Delta z + \rho u (T_e - T_w) \Delta t \Delta y \Delta z \\ & + \rho v (T_n - T_s) \Delta t \Delta x \Delta z + \rho \omega (T_r - T_f) \Delta t \Delta x \Delta y \\ & = \mu T_0 + \sigma \frac{\rho \gamma}{\frac{1}{2}(\rho + \rho_1)} (\Delta t \Delta y \Delta z + \Delta t \Delta x \Delta z + \Delta t \Delta x \Delta y) \end{aligned}$$

Model matematika diperoleh berdasarkan faktor-faktor yang mempengaruhi proses pembekuan di ruang *Brine Tank*. Model matematika dapat disimulasikan untuk memperoleh hasil numerik yang dapat dibandingkan dengan kondisi sebenarnya, sehingga peneliti lain dapat melakukan simulasi model matematika yang diperoleh.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. Fatahillah, S. Setiawani, and R. Damayanti, *Mathematical Model Analysis of Fluid Flow in Edamame Hydrofluidization Using Finite Element Method, J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1211, no. 12021, 2019.
- [2] A. S. H. Putra, Suharto & A. Fatahillah, "Analisis Sirkulasi Udara pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga," *Kadikma*, vol. 8, no. 2, pp. 95–104, 2017.

- [3] A. Fatahillah, Dafik, E.E. Riastutik, dan Susanto, *The Analysis of Air Circulation on Coffee Plantation Based on the Level of Plants Roughness and Diamond Ladder Graph Cropping Pattern using Finite Volume Method*, *Unej*, vol. 7, no. 9, hal 28, 2014.
- [4] A. Fatahillah, S. Setiawani & A. S. Mandala, *Numerical Analysis of Blood Flow in Intracranial Artery Stenosis Affected by Ischemic Stroke using Finite Element Method*, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1218, no. 12005, 2019.
- [5] A. Fatahillah, “Pemodelan dan Penyelesaian Numerik Dari Permasalahan Korosi Besi yang Didasarkan pada Sifat Kimia Larutan,” *Kadikma*, vol. 2, no. 1, pp. 71–80, 2010.
- [6] J. Brahmanto, A. Fatahillah, & Dafik, “Pemodelan Matematika Aliran Fluida pada Radiator Mobil Tipe SR (Single Row),” *Kadikma*, vol. 8, no. 1, pp. 112–117, 2017.
- [7] K. Sumardi, “Reformulasi Larutan Antibeku (Antifreezes) Sebagai Refrigeran Sekunder Pada Sistem Refrigerasi,” *Jurnal Teknik*, vol. 8, no. 2, pp. 4-9, 2016.
- [8] P. Sukborom, A. Chinsuwan, *Effects Of Feed Water Temperature, Pool Temperature, And Pool Ide Heat Transfer Coeficient On Freezing Time Of The Conventional Block Ice Production*, *J. Energy Procedia*, vol. 138, pp. 63-68, 2017.
- [9] S. A. Hardiyanti, Dafik, dan A. Fatahillah, “Analisis Kecepatan Aliran Hidrogen Peroksida (H₂O₂) pada Sterilisasi Saluran Akar Gigi Menggunakan Metode Numerik Volume Hingga,” *Kadikma*, vol. 6, no. 2, pp. 13-26, 2016.
- [10] T. Michalek, *Simulations Of The Water Freezing Process Numerical Benchmarks*, *J. Task Quarterly*, vol. 7, no. 3, pp. 389-408, 2003.