

PEMODELAN MATEMATIKA ALIRAN DARAH PADA ARTERI KORONER AKIBAT PEMASANGAN *STENT*

Iqbal Amirullah¹, Arif Fatahillah², Toto Bara Setiawan²

Program Studi (S1) Pendidikan Matematika, FKIP, Universitas Jember (UNEJ)
Jalan Kalimantan 37 Kampus Tegalboto Jember 68121
E-mail: iqbalamirullah94@gmail.com

ABSTRACT

Coronary heart disease is a disease caused by accumulation of cholesterol that forms plaques on artery walls for a considerable period of time. Over time, this disease can cause the heart muscle to weaken, and cause complications such as heart failure. One of ways to treat coronary heart disease is the stent installation (rings) or commonly called angioplasty. Angioplasty aims to make the blood vessels narrow to open so that blood flow flows better. The emergence of mathematical modeling as a new science is one alternative to solve these problems. With mathematical modeling, practitioners can make a form of a formula that describes the state of blood flow in the coronary arteries according to actual conditions without ignoring important factors in the system. In this study a mathematical model was built based on the above problems to determine the effectiveness of stent installation or angioplasty in the process that occurs in coronary arteries.

Keywords: *Coronary heart disease, Mathematical modeling, Stent*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu yang mendasari pengembangan ilmu-ilmu lainnya [1]. Konsep dan prinsip matematika banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Matematika memiliki banyak manfaat dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya yaitu pada bidang kesehatan [2].

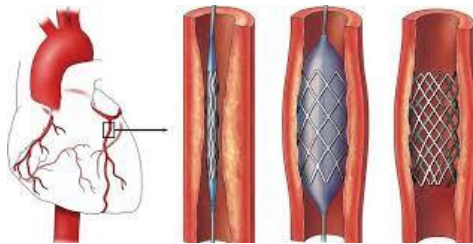
Salah satu penyakit jantung yang sangat mematikan dan paling umum terjadi adalah penyakit jantung koroner. Penyakit arteri koroner adalah penyebab utama morbiditas dan mortalitas di negara maju dan prevalensinya meningkat di negara berkembang. Penyakit arteri koroner bertanggung jawab atas 7,3 juta kematian dan 58 juta tahun penjumlahan dari kematian premature dan tahun hidup dengan kondisi disabilitas di seluruh dunia [3]. Terlepas dari dampak sosial-ekonominya yang besar, mekanisme penyakit arteri koroner yang mendasari hanya sebagian dipahami. Secara umum diterima bahwa penyakit arteri koroner adalah penyakit inflamasi dengan penumpukan lipid di dinding arteri dan tahap awal aterosklerosis [4-7]. Penyakit arteri koroner, juga dikenal sebagai atherosclerosis, terjadi ketika bahan berlemak, yang dikenal sebagai plak, terkumpul di sepanjang dinding

¹ Mahasiswa S-1 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

² Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

arteri [8]. Lama-kelamaan kondisi ini akan menyebabkan aliran darah tersumbat dan gangguan ini dikenal sebagai aterosklerosis. Oklusi arteri dapat secara signifikan mengurangi aliran darah melalui arteri dan menyebabkan masalah serius, seperti serangan jantung, stroke, atau bahkan kematian [9]. Dalam mengobati penyakit jantung koroner (PJK) umumnya melibatkan perubahan pola hidup yang dapat dikombinasikan dengan obat-obatan atau prosedur medis, seperti berhenti merokok, berhenti mengonsumsi alkohol, olahraga secara teratur, dll. Beberapa prosedur tersedia untuk revaskularisasi arteri yang tersumbat, termasuk balloon angioplasty, dan stenting, operasi bypass, dan atherectomy [10].

Pemasangan *stent* atau *angioplasty* dilakukan dengan memasukkan keteter ke bagian arteri yang mengalami penyempitan. Kemudian dokter akan mengembangkan balon kecil melalui keteter untuk melebarkan arteri yang menyempit. Dengan demikian, aliran darah dapat kembali lancar *stent* atau *ring* jantung yang berbentuk tabung dari logam akan dipasang di arteri guna mencegah penyempitan kembali. Gambar 1 menunjukkan proses pemasangan *stent*.



Gambar 1. Pemasangan *Ring* Jantung pada Arteri Koroner

Ada dua metode untuk menganalisis aliran darah di arteri koroner: metode eksperimental dan simulasi numerik. Dibandingkan dengan eksperimen mahal yang dilakukan di rumah sakit dan laboratorium, simulasi numerik yang dilakukan oleh komputer memiliki keunggulan dalam fleksibilitas dan biaya. Untuk alasan ini, penggunaan metode numerik dalam menganalisis kinerja stent koroner telah meningkat. Dalam publikasi terbaru, model numerik yang berbeda, dengan tingkat kompleksitas dan akurasi yang berbeda, telah diusulkan untuk mensimulasikan ekspansi selama penyebaran stent koroner. Pada karya-karya awal, model stent tunggal digunakan tanpa mempertimbangkan efek kontak [11], [12].

Agar bisa melakukan simulasi secara numerik, diperlukan model matematika yang sesuai. Pemodelan matematika merupakan penurunan suatu studi tentang konsep dan operasi matematika dalam konteks dunia real dan pembentukan model-model dalam menggali dan memahami situasi masalah kompleks yang sesungguhnya. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika [13], [14]. Untuk mendapatkan penyelesaian eksak secara analitik tentang permasalahan aliran darah sangatlah sulit. Oleh karena itu, digunakan metode elemen hingga yang telah dikembangkan dari salah satu metode numerik untuk mempermudah menyelesaikannya.

Metode elemen hingga merupakan salah satu metode pendekatan numerik yang mendasarkan permasalahan pada tiap-tiap elemen bagian yang dinamakan elemen hingga [15], [16]. Setiap permasalahan yang ada akan diselesaikan dengan pendekatan kuadratik, dimana bentuk penyelesaian dari metode elemen hingga memiliki bentuk persamaan matriks [17].

Masalah yang dikaji pada penelitian ini adalah membuat dan menganalisa model matematika dari aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*, dengan rumusan masalah yaitu bagaimana model matematika aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*. Berdasarkan uraian di atas, tujuan utama penelitian ini yaitu untuk mengetahui model matematika aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*. Persamaan pembangun dari model aliran darah pada arteri koroner ini adalah menggunakan persamaan momentum. Persamaan momentum dibentuk berdasarkan hukum kekekalan momentum yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran atau sistem keunsuran [18].

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] = \sum F \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + [in - out] = \sum F \quad (2)$$

METODE PENELITIAN

Langkah pertama yang dilakukan dalam penelitian ini adalah mengumpulkan data dan teori-teori yang mendukung, sehingga dapat dilakukan pendesainan model aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*. Langkah selanjutnya yaitu menyelesaikan model aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*. Persamaan yang dipakai dalam penelitian ini sebagai berikut.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) + \nabla P - \nabla \cdot \mu (\nabla u + \nabla u^T) = f,$$

$$\nabla \cdot u = 0$$

dimana f adalah gaya tubuh per satuan volum, ρ = kerapatan, u = kecepatan, P = tekanan, t = waktu, and μ = kekentalan. [19].

HASIL PENELITIAN

Pembentukan model matematika aliran darah pada arteri koroner didasarkan pada persamaan momentum. Gambar 2 adalah diagram alir untuk aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*. Untuk energi masuk adalah $\frac{\partial \rho c \phi_n}{\partial y}$ dan untuk energi keluar adalah $\frac{\partial \rho c \phi_s}{\partial y}$. Persegi panjang melambangkan arteri yang didalamnya terdapat aliran darah. Dengan memasukkan *pure rate* ke persamaan 1 maka diperoleh:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left[\frac{\partial \rho c \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \rho c \phi_s}{\partial y} \right] = \sum F \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho c v \phi_y}{\partial y} = \sum F \quad (4)$$

Force (F) merupakan gaya. Gaya-gaya yang bekerja pada proses ini adalah:

1. Gaya tekanan atau *pressure* (P)
2. Gaya kekentalan zat (μ)

Sehingga, persamaan gaya yang berkerja adalah:

$$F = -\nabla P + \nabla \mu (\nabla \phi_0 + \nabla \phi^T) \quad (5)$$

dimana:

$$-\nabla P = -\frac{\partial P}{\partial y}$$

$$\nabla \mu = \frac{\partial \mu}{\partial y}$$

$$\nabla \phi_0 = \frac{\partial \phi_0}{\partial y}$$

$$\nabla \phi^T = \frac{\partial \phi_0^T}{\partial y} \quad (6)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (4) ke persamaan (3), maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$F = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial y} + \frac{\partial \phi_0^T}{\partial y} \right) \right) \quad (7)$$

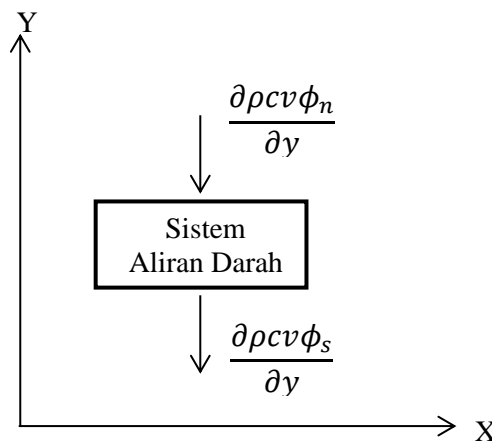
selanjutnya mensubstitusikan persamaan (5) ke persamaan (2) dan diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho c v \phi_y}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial y} + \frac{\partial \phi_0^T}{\partial y} \right) \right) \quad (8)$$

Karena aliran darah yang dianalisis dianggap aliran turbulen, maka persamaan (8) menjadi:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho c v \phi_y}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \phi_0}{\partial y} \quad (9)$$

Persamaan (7) di atas merupakan model matematika dari aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent*.



Gambar 2. Diagram Alir Aliran Darah pada Arteri Koroner

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa model matematika aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent* merupakan persamaan yang didasarkan pada persamaan momentum. Bentuk persamaan dari aliran darah pada arteri koroner akibat pemasangan *stent* dalam penelitian ini yaitu:

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho c v \phi_y}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \mu}{\partial y} \frac{\partial \phi_0}{\partial y}$$

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan diharapkan agar melakukan penelitian yang menganalisis faktor lain selain aliran darah.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. S. H. Putra, Suharto, and A. Fatahillah, "Analisis Sirkulasi Udara pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga," *Kadikma*, vol. 8, no.

- 2, pp. 95–104, 2017.
- [2] S. A. Hardiyanti, Dafik, dan A. Fatahillah, "Analisis Kecepatan Aliran Hidrogen Peroksida (H_2O_2) pada Sterilisasi Saluran Akar Gigi Menggunakan Metode Numerik Volume Hingga," vol. 6, no. 2, pp. 13-26, 2016.
- [3] WHO. The World Health Report 2002: reducing risks, promoting healthy life. Geneva: World Health Organization; 2002.
- [4] Tobias P, Curtiss LK. Thematic review series: the immune system and atherogenesis. Paying the price for pathogen protection: toll receptors in atherogenesis. *J Lipid Res* 2005;46:404–11.
- [5] Hansson GK. Inflammation, atherosclerosis, and coronary artery disease. *N Engl J Med* 2005;352:1685–95.
- [6] Greaves DR, Gordon S. Thematic review series: the immune system and atherogenesis. Recent insights into the biology of macrophage scavenger receptors. *J Lipid Res* 2005;46:11–20.
- [7] Libby P. Inflammation in atherosclerosis. *Nature* 2002;420:868–74.
- [8] Eshghi, N., M.H. Hojjati, M. Imani and A.M. Goudarzi, 2011. Finite element analysis of mechanical behaviors of coronary stent. *Procedia Eng.*, 10: 3056-3061.
- [9] Imani, M., A.M. Goudarzi and M.H. Hojjati, 2013. Finite element analysis of mechanical behaviors of multi-link stent in a coronary artery with plaque. doi:aj.013.1.11.1511
- [10] Pericevic, I., C. Lally, D. Toner and D.J. Kelly, 2009. The influence of plaque composition on underlying arterial wall stress during stent expansion: The case of lesion-specific stents. *Med. Eng. Phys.*, 31: 428-433.
- [11] McGarry, J.P., B.P. O'Donnell, P.E. McHugh and J.G. McGarry, 2004. Analysis of the mechanical performance of a cardiovascular stent design based on micromechanical modeling. *Comput. Mater. Sci.*, 31: 421-438.
- [12] Migliavacca, F., L. Petrini, M. Colombo, F. Auricchio and R. Pietrabissa, 2002. Mechanical behavior of coronary stents investigated through the finite element method. *J. Biomech.*, 35: 803-811.
- [13] J. Brahmanto, A. Fatahillah, and Dafik, "Pemodelan Matematika Aliran Fluida pada Radiator Mobil Tipe SR (Single Row)," *Kadikma*, vol. 8, no. 1, pp. 112–117, 2017.
- [14] A. Fatahillah, S. Setiawani, and R. Damayanti, "Mathematical Model Analysis of Fluid Flow in Edamame Hydrofluidization Using Finite Element Method," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1211, no. 12021, 2019.
- [15] Fatahillah A 2018 Numerical analysis of fluidal flow in heat exchangers using finite element method to reduce exhaust emission level in air *Journal of Physics: Conference Series* 1108(1) pp 1-7
- [16] A Fatahillah, S Setiawani, and A S Mandala, "Numerical analysis of blood flow in intracranial artery stenosis affected by ischemic stroke using Finite Element method," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1218, no. 12005, 2019.
- [17] A. Fatahillah, "Pemodelan dan Penyelesaian Numerik Dari Permasalahan Korosi Besi yang Didasarkan pada Sifat Kimia Larutan," *Kadikma*, vol. 2, no. 1, pp. 71–80, 2010.
- [18] White, Frank M. 1998. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga.
- [19] Conti, Michele. dkk. 2016. Carotid Artery Hemodynamics Before and After Stenting: A Patient Specific CFD Study. *Computers & fluids*, 23-24