

# PEMODELAN MATEMATIKA PENYEBARAN POLUTAN UDARA DI KAWASAN PLTU MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA

**Muhammad Ali Masyhudi<sup>1</sup>, Arif Fatahillah<sup>2</sup>, Toto Bara Setiawan<sup>2</sup>**

Program Studi (S1) Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan MIPA, FKIP  
Universitas Jember  
Jl. Kalimantan 37, Jember 68121  
E-mail: [masyhudi1997@gmail.com](mailto:masyhudi1997@gmail.com)

*Abstract. The existence of a Steam Power Plant greatly helps human electricity needs. The other side, the existence of the power plant activity has a negative impact on the environment. The use of coal fuel produces an air pollutant. The spread of air pollutants is influenced by interrelated variables. The existence of mathematical modeling as an applied science helps represent a problem from real world situations into mathematical language to find solutions to these problems. Mathematical modeling helps build a mathematical formula that describes the spread of air pollutants with actual conditions without ignoring important factors in the system. The analytical exact solution to the problem of spreading air pollutants is very difficult. Therefore, a numerical method approach is used in the form of a volume up method. In this research a mathematical model was built on the distribution of air pollutants based on momentum and mass quantity equations.*

*Keywords: Mathematical Modeling, Air Pollutants, Finite Volume Method*

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu yang mendasari pengembangan ilmu-ilmu lainnya [1]. Konsep dan prinsip matematika banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Salah satunya berkaitan dalam bidang industri dan dampaknya terhadap lingkungan.

Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU) merupakan salah satu industri sebagai pemasok kebutuhan listrik. Energi listrik merupakan energi vital yang dibutuhkan manusia untuk menunjang kebutuhannya di berbagai aspek kehidupan [2], [3]. Namun dalam prosesnya menghasilkan energi listrik, aktifitas PLTU juga membawa dampak negatif terhadap lingkungan. Lingkungan yang tercemar saat ini telah menjadi permasalahan yang umum dalam kehidupan sehari-hari [4], [5]. Penggunaan bahan bakar berupa batubara menjadi salah satu penyebabnya. Pembakaran batubara

---

<sup>1</sup> Mahasiswa S-1 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>2</sup> Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

menghasilkan sumber emisi atau polutan udara yang dikeluarkan melalui cerobong pabrik [6]. Polutan udara atau emisi gas buang dari industri menyumbang sekitar 10-15% polusi udara yang ada di Indonesia [7]. Suatu polutan udara yang dikeluarkan melalui cerobong menuju ke atmosfer akan mengalami proses transportasi dan transformasi di atmosfer [8]. Penyebaran polutan udara tersebut dipengaruhi oleh variabel-variabel yang saling berkaitan.

Pemodelan matematika merupakan penurunan suatu studi tentang konsep dan operasi matematika dalam konteks dunia real dan pembentukan model-model dalam menggali dan memahami situasi masalah kompleks yang sesungguhnya. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika [9], [10]. Untuk mendapatkan penyelesaian eksak secara analitik tentang permasalahan penyebaran polutan udara sangatlah sulit. Oleh karena itu, digunakan metode volume hingga yang telah dikembangkan dari salah satu metode numerik untuk mempermudah menyelesaikannya.

Metode volume hingga merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pemodelan matematika [11]. Metode volume hingga didasarkan pada bentuk integral hukum kekekalan. Metode ini membagi domain menjadi banyak sel dan mengambil nilai pendekatan rata-rata kuantitas dalam setiap sel [12]. Metode volume hingga dipilih karena dapat digunakan pada bentuk benda yang tidak teratur seperti halnya gas sehingga benda menjadi lebih mudah didiskritisasi untuk menentukan nilai-nilai yang akan dicari pada proses diskritisasi. Sehingga dalam menyelesaikan persamaan matematika akan lebih mudah dan solusi yang diperoleh mendekati nilai sebenarnya [13].

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana bentuk model matematika penyebaran polutan udara di kawasan PLTU. Penelitian ini memberikan manfaat yaitu dapat menambah pengetahuan peneliti tentang pemodelan matematika, memberikan model matematika dari penyebaran polutan udara serta memberikan kontribusi kepada peneliti lain mengenai perkembangan pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode volume hingga.

## METODE PENELITIAN

Langkah pertama yang dilakukan dalam penelitian ini adalah melakukan studi pustaka yang berkaitan tentang penyebaran polutan udara serta variabel-variabel yang mempengaruhi proses penyebarannya. Tahap selanjutnya membangun model matematika dari penyebaran polutan udara. Persamaan yang dipakai dalam penelitian ini sebagai berikut.

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \nabla \rho u_i u_j = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu_d \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_d \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \nabla u_i u_j = D \frac{\partial^2 C_0}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial J_A}{\partial x_j} + q_c \quad (2)$$

[14]. Persamaan (1) merupakan persamaan momentum dan Persamaan (2) merupakan persamaan kontinuitas massa. Selanjutnya menyelesaikan persamaan tersebut menggunakan metode volume hingga sehingga diperoleh model matematika penyebaran polutan udara.

## HASIL PENELITIAN

Model matematika penyebaran polutan udara di kawasan PLTU dibangun menggunakan persamaan diferensial parsial berdasarkan hukum-hukum dasar fisika [15]. Model matematika dibentuk dari hasil penurunan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas massa [16].

### Persamaan Momentum:

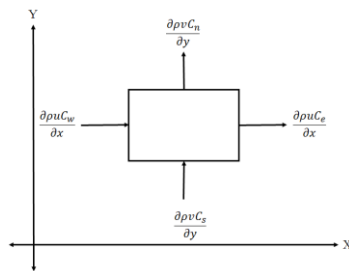
Berdasarkan persamaan umum skalar transport dari konservasi momentum, maka dapat dituliskan:

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + [pure\ rate] = \Sigma F \quad (3)$$

Karena objek yang diamati dapat dilihat, maka  $pure\ rate = input - output$ . Sehingga Persamaan (3) menjadi:

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + [input - output] = \Sigma F \tag{4}$$

Pada kasus penyebaran polutan udara, terjadi perubahan momentum. Jika ditinjau dari sumbu-X dan sumbu-Y maka bekerja momentum masuk  $\left(\frac{\partial \rho u C_w}{\partial x}$  dan  $\frac{\partial \rho v C_s}{\partial y}\right)$  dan momentum keluar  $\left(\frac{\partial \rho u C_e}{\partial x}$  dan  $\frac{\partial \rho v C_n}{\partial y}\right)$  sesuai dengan volume kendali dua dimensi yang pada Gambar 1.



Gambar 1 Bagan Volume Kendali Persamaan Momentum

dengan mensubstitusikan nilai *pure rate* dan rumus fisika dasar kedalam Persamaan (4), maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho u C_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u C_e}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial \rho v C_s}{\partial y} - \frac{\partial \rho v C_n}{\partial y}\right) = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu_d \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_d \tag{5}$$

dimana:

$$\frac{\nabla P}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y}\right); \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \tag{6}$$

untuk:

$$\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} = 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right); \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right); \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} = 2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{7}$$

Substitusikan Persamaan (6) dan Persamaan (7) ke Persamaan (5) sehingga didapat:

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u C_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u C_e}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v C_s}{\partial y} - \frac{\partial \rho v C_n}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) + (v_d + 2\mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_d \quad (8)$$

Sehingga diperoleh Persamaan (8) yang merupakan persamaan momentum dari penyebaran polutan udara.

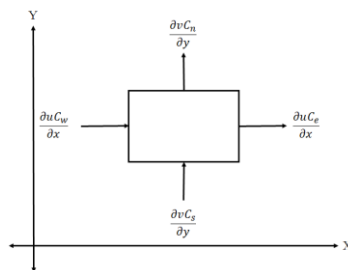
### Persamaan Kontinuitas Massa:

Berdasarkan persamaan umum skalar transport dari konversi massa dan bagan kendali, maka:

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + [pure\ rate] = Source \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + [input - output] = Source \quad (10)$$

Jika ditinjau dari sumbu-x dan sumbu-y maka akan bekerja perubahan kontinuitas yang masuk  $\left( \frac{\partial u C_w}{\partial x} \text{ dan } \frac{\partial v C_s}{\partial y} \right)$  dan keluar  $\left( \frac{\partial \rho u C_e}{\partial x} \text{ dan } \frac{\partial \rho v C_n}{\partial y} \right)$  sesuai dengan volume kendali dua dimensi persamaan kontinuitas massa pada Gambar (2).



Gambar 2 Bagan Volume Kendali Kontinuitas Massa

*Source* (S) dalam persamaan ini untuk penyebaran polutan udara dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= \frac{D \partial^2 C_0}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial J_A}{\partial x_j} + q_c \\ &= D \left( \frac{\partial^2 C_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_0}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial J_A}{\partial x} + \frac{\partial J_A}{\partial y} + q_c \end{aligned} \quad (11)$$

dengan mensubstitusikan nilai *pure rate* dan *Source* kedalam Persamaan (10), maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial u C_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u C_e}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v C_s}{\partial y} - \frac{\partial v C_n}{\partial y} \right) = D \left( \frac{\partial^2 C_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_0}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial J_A}{\partial x} + \frac{\partial J_A}{\partial y} + q_c \quad (12)$$

Sehingga diperoleh Persamaan (12) merupakan persamaan kontinuitas massa yang digunakan pada proses analisis penyebaran polutan udara dari kawasan PLTU.

Persamaan momentum dan persamaan kuantitas massa pada model matematika merupakan persamaan diferensial parsial. Untuk menyelesaikan kedua persamaan tersebut maka dilakukan integrasi persamaan diferensial sebanyak variabel bebas yang ada [17], [18]. Persamaan (8) dan (12) mengandung variabel bebas  $x$ ,  $y$ , dan  $t$ . Sehingga untuk menyelesaikannya harus diintegrasikan sebanyak tiga kali.

Bentuk integrasi persamaan momentum:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ \frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u C_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u C_e}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v C_s}{\partial y} - \frac{\partial \rho v C_n}{\partial y} \right) \right] dx dy dt =$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) + (v_d + 2\mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + f_d \right] dx dy dt \quad (13)$$

Hasil integrasi persamaan momentum:

$$\rho C_0 \Delta x \Delta y + \rho u C_w \Delta y \Delta t - \rho u C_e \Delta y \Delta t + \rho v C_s \Delta x \Delta t - \rho v C_n \Delta x \Delta t = -\frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t)$$

$$+ (v_d + 2\mu) \left( u \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + v \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right) + \mu \left( v \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + u \Delta t + v \Delta t + u \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right) + f_d \Delta x \Delta y \Delta t \quad (14)$$

Persamaan (14) dapat disederhanakan menjadi,

$$\rho C_0 \Delta x \Delta y + (\rho u C_w - \rho u C_e) \Delta y \Delta t + (\rho v C_s - \rho v C_n) \Delta x \Delta t = -\frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t)$$

$$+ (u v_d + 2v\mu + u\mu) \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + (u\mu + v\mu) \Delta t + f_d \Delta x \Delta y \Delta t \quad (15)$$

Bentuk integrasi persamaan kontinuitas massa:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ \frac{\partial \rho C_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial u C_w}{\partial x} - \frac{\partial \rho u C_e}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial v C_s}{\partial y} - \frac{\partial v C_n}{\partial y} \right) \right] dx dy dt =$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ D \left( \frac{\partial^2 C_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_0}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial J_A}{\partial x} + \frac{\partial J_A}{\partial y} + q_c \right] dx dy dt \quad (16)$$

Hasil integrasi persamaan momentum:

$$C_0 \Delta x \Delta y + u C_w \Delta y \Delta t - u C_e \Delta y \Delta t + v C_s \Delta x \Delta t - v C_n \Delta x \Delta t = D \left( C_0 \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + C_0 \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + \right.$$

$$\left. J_A \Delta y \Delta t + J_A \Delta x \Delta t + q_c \Delta x \Delta y \Delta t \right) \quad (17)$$

Persamaan (17) dapat disederhanakan menjadi:

$$C_0 = \frac{(u C_e - u C_w + J_A) \Delta y \Delta t + (v C_n - v C_s + J_A) \Delta x \Delta t + q_c \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta x \Delta y + D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} \quad (18)$$

substitusi Persamaan (18) ke Persamaan (15) sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\rho \left[ \frac{(u C_e - u C_w + J_A) \Delta y \Delta t + (v C_n - v C_s + J_A) \Delta x \Delta t + q_c \Delta x \Delta y \Delta t}{\Delta x \Delta y + D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} \right] \Delta x \Delta y + (\rho u C_w - \rho u C_e) \Delta y \Delta t +$$

$$(\rho v C_s - \rho v C_n) \Delta x \Delta t = -\frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t) + (u v_d + 2v\mu + u\mu) \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + (u\mu + v\mu) \Delta t +$$

$$f_d \Delta x \Delta y \Delta t \quad (19)$$

dengan mengelompokkan unsur-unsur yang mengandung  $C_e$ ,  $C_w$ ,  $C_n$ , dan  $C_s$  pada ruas kiri, maka Persamaan (19) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$C_e \left[ \rho u \left( \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) \right] \Delta y \Delta t + C_w \left[ \rho u \left( \frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta y \Delta t +$$

$$C_n \left[ \rho v \left( \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) \right] \Delta x \Delta t + C_s \left[ \rho v \left( \frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta x \Delta t =$$

$$-\rho \left( \frac{J_A (\Delta y \Delta t + \Delta x \Delta t)}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} \right) \Delta y \Delta t - \frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t) + (u v_d + 2u\mu + v\mu) \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} +$$

$$(vv_d + 2v\mu + u\mu) \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + (u\mu + v\mu)\Delta t + f_d \Delta x \Delta y \Delta t \quad (20)$$

Persamaan (20) merupakan penyelesaian akhir dari model matematika penyebaran polutan udara dimana  $u$  dan  $v$  berturut-turut merupakan kecepatan aliran fluida searah sumbu  $X$  dan searah sumbu  $Y$ ,  $C$  merupakan konsentrasi polutan dan  $\rho, P, D, \mu, J_A, q_c, v_d, f_d$  adalah massa jenis fluida, tekanan fluida, massa molekul, kekentalan fluida, fluks massa, intensitas sumber polutan, viskositas dinamik, serta gaya hambat.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa model matematika penyebaran polutan udara merupakan persamaan yang dibangun berdasarkan persamaan momentum dan persamaan kuantitas massa. Bentuk model matematika penyebaran polutan udara dalam penelitian ini yaitu:

$$\begin{aligned} & C_e \left[ \rho u \left( \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) \right] \Delta y \Delta t + C_w \left[ \rho u \left( \frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta y \Delta t + \\ & C_n \left[ \rho v \left( \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} - 1 \right) \right] \Delta x \Delta t + C_s \left[ \rho v \left( \frac{-\Delta x \Delta y}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} + 1 \right) \right] \Delta x \Delta t = \\ & -\rho \left( \frac{J_A (\Delta y \Delta t + \Delta x \Delta t)}{\Delta x \Delta y - D \left( \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} \right)} \right) \Delta y \Delta t - \frac{1}{\rho} (P \Delta y \Delta t + P \Delta x \Delta t) + (uv_d + 2u\mu + v\mu) \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \\ & (vv_d + 2v\mu + u\mu) \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + (u\mu + v\mu)\Delta t + f_d \Delta x \Delta y \Delta t \end{aligned}$$

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan diharapkan agar melakukan penelitian dengan menyelesaikan model penyebaran polutan udara dengan metode yang berbeda.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. S. H. Putra, Suharto, and A. Fatahillah, "Analisis Sirkulasi Udara pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga," *Kadikma*, vol. 8, no. 2, pp. 95–104, 2017.
- [2] M. Zahroh, Dafik, and A. Fatahillah, "Pemodelan Wind Turbine Rotor Tipe Hawt (Horizontal Axis Wind Turbine) Menggunakan Metode Volume Hingga," *Kadikma*, vol. 6, no. 2, pp. 39–48, 2015.
- [3] Y. Fitri and S. F. Retnawaty, "Prediksi Konsentrasi CO<sub>2</sub> pada Cerobong Asap dari Rencana Pembangunan Pembangkit Listrik Tenaga Mesin dan Gas (PLTMG) Duri," *J. Ilmu Fis.*, vol. 7, no. 2, pp. 69–77, 2015.



- [4] A. Fatahillah, S. Setiawani, and N. N. Fatihah, "Pemodelan dan Simulasi Numerik Sebaran Air Panas Spray Pond Menggunakan Metode Volume Hingga," *Saintifika*, vol. 17, no. 1, pp. 20–28, 2015.
- [5] F. Hasibuan, Warsito, and S. W. Suciwati, "Simulasi Model Dispersi Polutan Gas dan Partikulat Molekul pada Pabrik Semen Dengan Menggunakan Software Matlab 7.12," *J. Teor. dan Apl. Fis.*, vol. 3, no. 2, pp. 142–150, 2015.
- [6] Kusman and M. S. K. Tony Suryo Utomo, "Simulasi Persebaran Gas Buang Dan Partikulat Dari Cerobong Asap Pada Pembangkit Listrik Tenaga Uap (PLTU) di Jepara Menggunakan Metode Computational Fluid Dynamics (CFD) dengan Variasi Kecepatan Udara," *J. Tek. Mesin*, vol. 5, no. 2, pp. 106–114, 2017.
- [7] A. Fatahillah, D. Dafik, B. P. Prawoto, and A. R. Lazuardi, "Numerical Analysis of Fluidal Flow in Heat Exchangers Using Finite Element Method to Reduce Exhaust Emission Level in Air," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1108, no. 1, 2018.
- [8] A. M. Pierce, S. M. Loría-salazar, H. A. Holmes, and M. S. Gustin, "Investigating Horizontal And Vertical Pollution Gradients in The Atmosphere Associated With an Urban Location in Complex Terrain , Reno , Nevada , USA," *Atmos. Environ.*, vol. 196, no. September 2018, pp. 103–117, 2019.
- [9] J. Brahmanto, A. Fatahillah, and Dafik, "Pemodelan Matematika Aliran Fluida pada Radiator Mobil Tipe SR (Single Row)," *Kadikma*, vol. 8, no. 1, pp. 112–117, 2017.
- [10] A. Fatahillah, S. Setiawani, and R. Damayanti, "Mathematical Model Analysis of Fluid Flow in Edamame Hydrofluidization Using Finite Element Method," *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1211, no. 12021, 2019.
- [11] M. A. Romanza, Dafik, and A. Fatahillah, "Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Pola Tanam Graf Prisma dan Tingkat Kemiringan Batang Menggunakan Metode Volume Hingga," *Kadikma*, vol. 6, no. 2, pp. 49–62, 2015.
- [12] S. Mungkasi, "Metode Volume Hingga Untuk Menyelesaikan Masalah Bendungan-Bobol," *Mat Stat*, vol. 11, no. 1, pp. 52–62, 2011.
- [13] J. Susanto, Dafik, and A. Fatahillah, "Analisis Kecepatan Aliran Udara pada Gedung Bertingkat Karena Pengaruh Penghalang di Depannya," *Kadikma*, vol. 6, no. 2, pp. 75–82, 2015.
- [14] X. Ma, W. Zhong, W. Feng, and G. Li, "Modelling of pollutant Dispersion With Atmospheric Instabilities in an Industrial Park," *Powder Technol.*, vol. 314, pp. 577–588, 2017.
- [15] A. Fatahillah, "Pemodelan dan Penyelesaian Numerik Dari Permasalahan Korosi Besi yang Didasarkan pada Sifat Kimia Larutan," *Kadikma*, vol. 2, no. 1, pp. 71–80, 2010.
- [16] A. Ghautsun, K. Boro, and A. Sabdo, "Simulasi Dispersi Gas Polutan dari Cerobong ke Lingkungan dengan Pendekatan Computational Fluid Dynamics (CFD)," *Pros. Semin. Nas. Himpun. Inform. Pertan. Indones.*, pp. 978–979, 2009.
- [17] D. Trisnani, Dafik, and A. Fatahillah, "Analisis Sirkulasi Udara Berdasarkan Kecepatan Awal Udara Pada Tanaman Pelindung Kopi dan Pola Tanam Graf Tangga Permata dengan Metode Volume Hingga Pendahuluan Metode Penelitian," *Semin. Nas. Pendidik. Mat. Ahmad Dahlan*, pp. 1327–1335, 2014.

- [18] E. E. Riastutik, Dafik, and A. Fatahillah, "Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kekasaran Tumbuhan dan Pola Tanam Graf Tangga Permata Menggunakan Metode Volume Hingga," *Kadikma*, vol. 6, no. 1, pp. 123–132, 2015.