ISSN : 2527 – 5917, Vol.4 No 1

SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN FISIKA 2019
“Integrasi Pendidikan, Sains, dan Teknologi dalam Mengembangkan Budaya Ilmiah di Era Revolusi Industri 4.0 “
17 NOVEMBER 2019

FUNGSI GELOMBANG ION HELIUM ($_{2}^{4}He^{+}$) PADA BILANGAN KUANTUM $n \leq 3$ DALAM RUANG MOMENTUM

Destya Dwi Damayanti
Program Studi Pendidikan Fisika, FKIP, UNIVERSITAS JEMBER
destyadwidamayanti@gmail.com

Bambang Supriadi
Program Studi Pendidikan Fisika, FKIP, UNIVERSITAS JEMBER
bambangsscmsc@gmail.com

Lailatul Nuraini
Program Studi Pendidikan Fisika, FKIP, UNIVERSITAS JEMBER
lailatul.fkip@unej.ac.id

ABSTRAK

Perkembangan teori mekanika yang paling berpengaruh salah satunya yakni mengenai gejala atom hidrogen. Selain atom hidrogen dan isotop-isotopnya, terdapat beberapa atom yang dapat bersifat hidrogenik salah satunya adalah ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$), sehingga masalah ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$) dapat diselesaikan menggunakan pendekatan Persamaan Schrodinger dalam koordinat bola. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengkaji fungsi gelombang ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$) pada bilangan kuantum $n \leq 3$ dalam ruang momentum menggunakan pendekatan Persamaan Schrodinger. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah kajian literatur dan jenis penelitian adalah non-eksperimen. Hasil penelitian yang didapatkan dari Persamaan Schrodinger koordinat bola adalah berupa fungsi radial momentum dan fungsi angular.

Kata Kunci: *Ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$), persamaan schrodinger, ruang momentum*

PENDAHULUAN

Perkembangan pada fisika umumnya dicirikan dengan sebuah eksperimen. Namun, terkadang juga dapat ditandai dengan munculnya sebuah teori yang berasal dari kunpulan gagasan mendalam sehingga menyebabkan perubahan dalam cara pandang kita terhadap alam semesta. Perkembangan teori fisika salah satunya yakni mengenai teori mekanika kuantum yang dapat menjelaskan keterkaitan antara partikel dan gelombang. Keterkaitan tersebut dalam mekanika kuantum dapat dijelaskan menggunakan sebuah persamaan yang disebut dengan Persamaan Schrodinger. Persamaan schrodinger adalah persamaan differensial orde dua yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan mikroskopik seperti efek terobosan, fungsi gelombang partikel dalam kotak, fungsi gelombang atom hidrogen beserta isotop-isotopnya, dsb. Ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$) biasa ditemukan pada bintang panas seperti matahari. Ion ini dihasilkan akibat dari pergerakan cepat atom Helium pada atmosfer matahari yang sangat panas mengakibatkan Helium bertabrakan dengan atom-atom lain sehingga melepaskan elektron dan membentuk Ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$). Akibat dari pelepasan elektron tersebut, maka Ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$) memiliki elektron tunggal sehingga dapat disebut memiliki sifat hidrogenik. Hal ini dijelaskan oleh Gautreau dan Savin (2006) yang menyatakan bahwa atom hidrogenik adalah atom yang melepaskan elektron sampai tersisa hanya satu elektron pada orbit terluarnya. Oleh karena itu, fungsi gelombang pada Ion Helium ($_{2}^{4}He^{+}$) dapat ditentukan menggunakan Persamaan Schrodinger untuk atom Hidrogen (berelektron tunggal).

Fungsi gelombang dan energi pada suatu partikel seperti elektron dapat ditentukan dengan cara menyelesaikan persamaan schrodinger sehingga akan didapatkan informasi mengenai perilaku partikel (Suparmi *et al*, 2018). Fungsi gelombang pada atom Hidrogen menurut Idris-Bey dan Al-Hashimi (2018) merupakan suatu fungsi kompleks yang terdiri dari persamaan radial dan persamaan angular. Hal ini diungkapkan juga oleh Hermanto (2016) yang menyatakan bahwa penyelesaian Persamaan Schrodinger pada atom berelektron tunggal dapat dipisahkan menjadi dua persamaan yang bergantung jari-jari dan sudut. Harga fungsi gelombang (ψ)

sesungguhnya tidak memiliki makna fisis secara langsung. Fungsi ini hanya memberikan informasi bahwa sebuah partikel seperti elektron memilki gerakan yang tidak terbatas. Fungsi gelombang akan memiliki makna fisis bila dimutlak kuadratkan $|\psi|^2$ yang menyatakan rapat probabilitas dan berarti bahwa terdapat kemungkinan partikel seperti elektron terdapat dalam suatu posisi tertentu dalam sebuah atom (Maulana, 2019).

Fungsi gelombang untuk atom Hidrogen sebelumnya sudah diteliti oleh Aziz dan Abdullah (2015) yang memberikan kesimpulan bahwa sistem kuantum pada Hidrogen dapat dipisah menggunakan operator momentum sudut, operator potensialm dan juga operator Laplacian radial satu dimensi. Fungsi gelombang atom Hidrogen direpresentasikan dalam berbagai sistem koordinat salah satunya yakni representasi posisi dan momentum. Oleh karena telah banyak ditemukan penelitian mengenai fungsi gelombang dalam ruang posisi, maka penelitian ini akan mengkaji fungsi gelombang atom berelektron tunggal dalam ruang momentum. Fungsi gelombang dalam ruang momentum bisa didapatkan dengan mentransformasikan fungsi gelombang dalam ruang posisi menggunakan Transformasi Fourier. Hal ini dijelaskan oleh Hassan (2008) dalam penelitiannya bahwa terdapat hubungan yang erat antara fungsi Polinomial Gegenbauer dan perhitungan Transformasi Fourier pada koordinat posisi yang digunakan sebagai penyelesaian fungsi gelombang dalam ruang momentum.

Pada mekanika kuantum, fungsi gelombang dapat dituliskan pada persamaan (1) berikut:

$$\psi_{(x,t)} = Ae^{-i\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)} \quad (1)$$

Apabila $\omega = \frac{E}{\hbar}$ dan $E = p\ v$ maka diperoleh

$$\psi_{(x,t)} = Ae^{-\left(\frac{i}{\hbar}\right)(Et-px)} \quad (2)$$

(Beiser, 2003: 171).

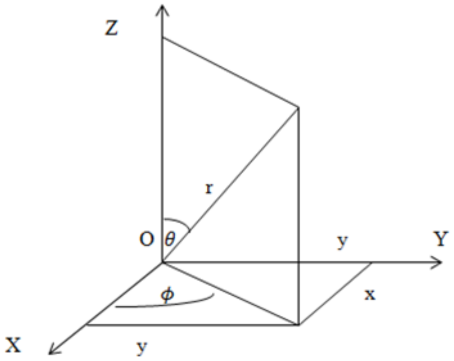
Untuk mendapatkan fungsi gelombang atom berelektron tunggal, maka dapat menggunakan pendekatan Persamaan Schrodinger yang harus memenuhi 3 syarat, yaitu: 1) tidak boleh melanggar akan hukum kekekalan energi. 2) taat terhadap hipotesis de Broglie. 3) persamaan haruslah berperilaku baik (Krane, 2012: 172).

Pemecahan Persamaan Schrodinger untuk atom berelektron tunggal seperti Ion Helium ($^4_2He^+$) menggunakan Persamaan Schrodinger tidak bergantung waktu dalam koordinat bola (tiga dimensi) seperti persamaan (3) berikut:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}\psi_{(x,y,z)} + (E - V(x))\psi_{(x,y,z)} = 0 \quad (3)$$

(Beiser, 2003:176).

Dari persamaan (3) dapat diketahui bahwa Persmaan Schrodinger untuk atom yang memiliki elektron tunggal (bersifat hidrogenik) dapat diselesaikan menggunakan Persamaan Schrodinger dalam koordinat bola yang digambarkan pada Gambar (1) berikut:



Gambar 1. Koordinat polar bola (r, θ, ϕ)

Penyelesaian sistem atom berelektron tunggal akan lebih mudah dan sederhana apabila mengunakan operator Laplacian yang dapat dituliskan pada persamaan (4) berikut:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \quad (4)$$

(Supriadi *et al*, 2018:2)

Sehingga persamaan (3) dapat dituliskan kembali menjadi persamaan (5) berikut:

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2}\right)\right] + E\psi_{(r,\theta,\phi)} = V\psi_{(r,\theta,\phi)} \quad (5)$$

Solusi dari Persamaan Schrodinger yang didapat akan menghasilkan perkalian dari tiga persamaan yang berbeda yakni persamaan radial, persamaan polar, dan persamaan azimuth. Dalam ruang posisi, separasi variabel untuk fungsi gelombang dapat dituliskan pada persamaan (6) berikut:

$$\psi_{(r,\theta,\phi)} = R\ (r)Y(\theta,\phi) \quad (6)$$

Sedangkan dalam ruang momentum, separasi variabel dapat dituliskan pada persamaan (7) berikut:

$$\varphi_{(p,\theta,\phi)} = F(p)Y(\theta,\phi) \quad (7)$$

Perbedaan fungsi gelombang (6) dan (7) dapat dilihat hanya pada persamaan radialnya saja (bergantung jari-jari). Untuk mendapatkan formula pada persamaan (7) maka dilakukan suatu transformasi fungsi menggunakan Transformasi Fourier dengan formula seperti persamaan (8) berikut:

$$\varphi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int\psi(x)e^{-\frac{ipx}{\hbar}}dx \quad (8)$$

Sehingga dapat dituliskan:

$$(p_x, p_y, p_z/n,l,m) = h^{-3/2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{2\pi i}{h}\right)}$$

$$(xp_x, \ yp_y, \ zp_z)\,(x, y, z / n, l, m)dxdydz \qquad (9)$$

Dari persamaan (9) akan didapatkan fungsi gelombang dalam ruang momentum yang dituliskan pada persamaan (10) berikut:

$$\varphi_{n,l,m}(p, \Theta, \Phi) = \left\{\left(\frac{(2l+1)(l-m)!}{2(l+m)!}\right)^{\frac{1}{2}} P_l^m(\cos\Theta)\right\} \left(\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} e^{\pm im\Phi}\right)\left(\frac{2}{\pi}\frac{(n-l-1)!}{(n+l)!}\right)^{1/2} n^2 2^{2l+2} l! \times \frac{n^l p^l}{(n^2p^2+1)^{l+2}} C_{n-l-1}^{l+1}\left(\frac{n^2p^2-1}{n^2p^2+1}\right) \qquad (10)$$

(Podolsky dan Pauling, 1929:114).

Sehingga persamaan radial dapat diketahui

$$F_{n,l}(p) = \left(\frac{2}{\pi}\frac{(n-l-1)!}{(n+l)!}\right)^{1/2} n^2 2^{2l+2} l! \times \frac{n^l p^l}{(n^2p^2+1)^{l+2}} C_{n-l-1}^{l+1}\left(\frac{n^2p^2-1}{n^2p^2+1}\right) \qquad (11)$$

(Bethe, 1957:39).

persamaan polar:

$$\Theta_{lm}(\theta) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{2}\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^m(\cos\theta) \qquad (12)$$

(Purwanto, 2016:129).

dan persamaan azimuth:

$$\Phi(\phi) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}}\, e^{\pm im\phi} \qquad (13)$$

(Purwanto, 2016: 126).

Persamaan radial (11) dapat menyatakan keberadaan suatu partikel seperti elektron ditemukan sepanjang jarak orbit dari suatu partikel (elektron) tersebut yang mana dalam hal ini direpresentasikan menggunakan operator momentum yang diberi simbol (p). Sedangkan persamaan (12) dan (13) dapat disebut sebagai persamaan angular, yakni gabungan antara persamaan polar dan persamaan azimuth. Persamaan polar menyatakan bentuk orbital dari partikel seperti elektron berdasarkan sudut (θ) di dalam suatu atom yang memotong bidang xy, sedangkan persamaan azimuth menyatakan gerakan partikel seperti elektron berotasi berdasarkan sudut (ϕ) secara periodik pada sumbu z dalam suatu atom.

Kenyataan bahwa permasalahan Ion Helium $({}_2^4He^+)$ yang berelektron tunggal dapat diselesaikan menggunakan pendekatan Persamaan Schrodinger pada koordinat bola, maka dibutuhkan penelitian lebih lanjut mengenai fungsi gelombang Ion Helium $({}_2^4He^+)$ pada bilangan kuantum $n \leq 3$. Selain itu, fungsi gelombang dalam ruang momentum sangat jarang ditemukan pada buku teks dan hanya dibahas secara singkat pada literatur tertentu mengenai fisika atom dan mekanika kuantum, padahal fungsi gelombang untuk kasus atom hidrogenik sangat menarik dan mudah untuk diperoleh (Hey, 1993: 28). Oleh karena itu, penelitian ini akan mengkaji fungsi gelombang Ion Helium $({}_2^4He^+)$ dalam ruang momentum.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini tergolong penelitian non-eksperimen dengan metode kajian literatur dalam bidang teori fisika mengenai suatu atom yang memiliki elektron tunggal (bersifat hidrogenik). Ada beberapa langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini, yaitu tahap persiapan, pengembangan teori, validasi alat simulasi, pengambilan data, pembahasan, dan kesimpulan.

Tahapan pertama yakni persiapan, yaitu dilakukan berbagai pengumpulan beberapa literatur terkait yang berhubungan dengan penelitian ini. Literatur yang digunakan diantaranya yaitu buku mekanika kuantum, fisika inti, fisika modern, fisika atom, fisika matematika, beberapa jurnal terkait, dan juga bantuan informasi dari internet. Tahapan kedua adalah pengembangan teori. Pada tahapan ini, dilakukan pengembangan teori dari teori-teori yang sudah ada sebelumnya.

Setelah pengembangan teori dilakukan, maka langkah selanjutnya adalah validasi terhadap hasil yang telah didapatkan dari pengembangan teori dan kemudian dicocokkan dengan literatur maupun penelitian yang telah dilakukan sebelumnya. Tahap keempat yaitu pengambilan data yaitu digunakan untuk menentukan fungsi gelombang Ion Helium $({}_2^4He^+)$ dalam ruang momentum.

Tahap kelima setelah pengambilan data adalah pembahasan. Dalam tahapan ini dijelaskan secara terperinci mengenai pemecahan masalah fungsi gelombang Ion Helium $({}_2^4He^+)$ dalam ruang momentum melalui analisis data atau hasil penelitian dengan menggunakan metode, teknik, dan landasan teori yang telah dipilih. Dalam tahapan pembahasan ini disajikan data dan informasi yang ditemukan dalam penelitian serta digunakan sebagai dasar untuk menyimpulkan penelitian. Setelah dilakukan pembahasan, maka tahap selanjutnya adalah menarik kesimpulan terhadap penelitian yang telah dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Ion Helium $({}_2^4He^+)$ biasa ditemukan pada bintang panas seperti matahari. Energi matahari terbentuk dari pusatnya, pada saat atom Hidrogen berfusi menjadi atom Helium dengan proses fusi nuklir (Hamdani dan Subagiyo, 2016: 7). Ion Helium $({}_2^4He^+)$ dihasilkan akibat dari pergerakan cepat atom Helium pada atmosfer matahari yang sangat panas mengakibatkan Helium bertabrakan dengan atom-atom lain sehingga melepaskan elektron dan membentuk Ion Helium $({}_2^4He^+)$. Akibat dari pelepasan elektron tersebut, maka Ion Helium $({}_2^4He^+)$ memiliki elektron

ISSN : 2527 – 5917, Vol.4 No 1

SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN FISIKA 2019

“Integrasi Pendidikan, Sains, dan Teknologi dalam Mengembangkan Budaya Ilmiah di Era Revolusi Industri 4.0 “

17 NOVEMBER 2019

tunggal sehingga dapat disebut memiliki sifat hidrogenik. Solusi Persamaan Schrodinger berupa fungsi gelombang pada Ion Helium ($^4_2He^+$) dalam ruang momentum menghasilkan persamaan radial, persamaan polar, dan persamaan azimuth.

Perhitungan jari-jari Bohr untuk Ion Helium ($^4_2He^+$) dapat ditentukan dengan mencari massa tereduksi terlebih dahulu yakni sebesar $9{,}108142883 \times 10^{-31}\ kg$. Jari-jari Ion Helium ($^4_2He^+$) dapat ditentukan menggunakan perhitungan jari-jari atom Bohr. Nilai jari-jari atom Bohr dapat dituliskan dengan rumus $r = \frac{n^2 \hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{Ze^2 m}$ (Levi, 2003: 81). Menggunakan rumus tersebut, maka didapatkan jari-jari Ion Helium ($^4_2He^+$) sebesar $5{,}285172699 \times 10^{-11}\ m$ atau $0{,}5285172669$ Å. Setelah itu, dengan menggunakan hasil pengembangan persamaan gelombang atom Hidrogen (berelektron tunggal) dalam ruang momentum menggunakan Transformasi Fourier, didapatkan hasil simulasi fungsi gelombang Ion Helium ($^4_2He^+$) dalam ruang momentum pada Tabel (1) berikut:

Tabel 1. Fungsi Gelombang Ion Helium ($^4_2He^+$) pada $n \leq 3$ dalam Ruang Momentum

Kulit	n	l	m	$F_{nl}(p)$	$Y_{lm}(\theta_p, \varphi_p)$
K	1	0	0	$\frac{2^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{(p^2+1)^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$
L	2	0	0	$\frac{32}{\sqrt{\pi}} \frac{(4p^2-1)}{(4p^2+1)^3}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$
		1	0	$\frac{128}{\sqrt{3\pi}} \frac{p}{(4p^2+1)^3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos\theta$
			1		$-\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\, e^{i\phi}$
			-1		$\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\ e^{-i\phi}$
M	3	0	0	$\frac{108\sqrt{2}}{\sqrt{3\pi}} \frac{(81p^4 - 30p^2 + 1)}{(9p^2+1)^4}$	$\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$
		1	0	$\frac{864}{\sqrt{3\pi}} \frac{p(9p^2-1)}{(9p^2+1)^4}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{\pi}} \cos\theta$
			1		$-\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\, e^{i\phi}$
			-1		$\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\ e^{-i\phi}$
		2	0	$\frac{5184}{\sqrt{15\pi}} \frac{p^2}{(9p^2+1)^4}$	$\sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1)$
			1		$-\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta\, e^{i\phi}$
			-1		$\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta \cos\theta\, e^{-i\phi}$

			2		$\sqrt{\frac{15}{32\pi}}\ sin^2\theta\ e^{2i\phi}$
			-2		$\sqrt{\frac{15}{32\pi}}\ sin^2\theta\ e^{-2i\phi}$

Apabila fungsi gelombang dapat mewakili suatu partikel seperti elektron dengan rentang posisi yang memungkinkan, maka layak untuk mengharapkan bahwa fungsi gelombang yang telah ditemukan juga dapat mewakili suatu partikel seperti elektron dengan rentang momentum yang memungkinkan. Dengan menggunakan Persamaan Schrodinger tidak bergantung waktu, fungsi gelombang Ion Helium ($^4_2He^+$) untuk bilangan kuantum $n \leq 3$ dalam ruang momentum didapatkan melalui Transformasi Fourier dari fungsi gelombang atom berelektron tunggal dalam ruang posisi. Fungsi gelombang Ion Helium ($^4_2He^+$) dalam ruang momentum merupakan suatu fungsi kompleks yang terdiri dari persamaan radial, persamaan polar, dan persamaan azimuth. Persamaan radial dapat diperoleh dari hasil penyelesaian Persamaan Schrodinger pada bagian radial, sedangkan untuk fungsi gelombang bagian sudut serta bilangan kuantum orbital diperoleh dari persamaan Schrodinger pada bagian sudut polar (Syaifudin *et al*, 2015: 24).

Persamaan radial dapat menyatakan keberadaan suatu partikel seperti elektron ditemukan sepanjang jarak orbit dari suatu partikel (elektron) tersebut yang mana dalam hal ini direpresentasikan menggunakan operator momentum yang diberi simbol (p). Sedangkan persamaan angular adalah gabungan antara persamaan polar dan persamaan azimuth. Persamaan polar menyatakan bentuk orbital dari partikel seperti elektron berdasarkan sudut (θ) di dalam suatu atom yang memotong bidang xy, sedangkan persamaan azimuth menyatakan gerakan partikel seperti elektron berotasi berdasarkan sudut (ϕ) secara periodik pada sumbu z dalam suatu atom.

Pada umumnya, bilangan kuantum adalah pusat dari mekanika kuantum yang memiliki bentuk bilangan bulat dan melambangkan nilai-nilai diskrit kuantitas dari sebuah atom, seperti energi dan juga momentum angular. Teori Bohr menyatakan bahwa bilangan kuantum dengan simbol n (bilangan kuantum utama) yang dapat dikaitkan dengan pemecahan persamaan radial (Krane, 2012: 268). Selain itu, bilangan kuantum ini juga merupakan bilangan bulat positif yang berharga 1, 2, 3,..... dst untuk menentukan tenaga elektron dari suatu atom yang memiliki lebih dari satu elektron pada kulit-kulitnya. Semakin besar harga n, maka semakin besar pula tenaga elektronnya (Sukardjo, 2004:472).

Penentuan kecepatan sudut dari suatu elektron dapat menggunakan bilangan kuantum orbilat (l). Bilangan kuantum ini juga dapat berkaitan dengan pemecahan persamaan polar (Krane, 2012: 268). Semakin besar harga l maka semakin tinggi harga kecepatan sudutnya. Selain itu, elektron juga dapat menimbulkan arus listrik yang mengakibatkan adanya medan magnet karena adanya gerakan orbital elektron. Bilangan kuantum yang berhubungan dengan hal ini adalah bilangan kuantum magnetik (m) atau bisa juga disebut sebagai bilangan kuantum orientasi orbital yang juga berkaitan dengan pemecahan persamaan azimuth.

PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa Persamaan Schrodinger dalam koordinat bola akan menghasilkan fungsi gelombang kompleks yang terdiri dari persamaan radial, persamaan polar, dan persamaan azimuth. Untuk menentukan fungsi gelombang dalam ruang momentum, dapat dilakukan dengan cara transformasi fungsi gelombang dalam ruang posisi menggunakan Transformasi Fourier.

Saran

Perlu dilakukan penelitian lebih lanjut mengenai fungsi gelombang atom bereektron tunggal dalam ruang momentum untuk $n > 3$ atau dengan mencari fungsi gelombang ke suatu ruang yang memiliki informasi posisi dan momentum tanpa melanggar adanta prinsip ketidakpastian Heisenberg yang disebut dengan representasi Ruang Fase.

DAFTAR PUSTAKA

Azis, S. A. dan Z. Abdullah. 2015. Teknik Pemisahan Operator dan Pendekatan Spektral sebagai Solusi Persamaan Schrodinger Bergantung Waktu pada Atom Hidrogen. *Jurnal Fisika Unand.* 4(3): 255-262

Beiser, A. 2003. *Concept of Modern Physics.* Six Edition. United States of America: Tata Mcgraw-Hill Companies, Inc.

Bethe, H. A., dan E.E.Salpeter. 1957. *Quantum Mechanics of One and Two Electron Atoms.* New York: Academic Press Inc.

Gautreau, W., dan W. Savin. 2006. *Fisika Modern.* Jakarta: Erlangga.

Hamdani, D., dan L. Subagiyo. 2016. Analisis Eksergi Modul PV Berdasarkan Spektrum Panjang Gelombang Cahaya Matahari. *Prosiding Seminar Nasional Fisika* 2016: 7-12.

Hassan, M.H. 2008. On the Hydrogen Wave Function in Momentum-Space, Clifford Algebra and the Generating Function of Gegenbauer Polynomial. HAL archives-ouvertes.

Hermanto, W. 2016. Fungsi Gelombang Atom Deuterium dengan Pendekatan Persamaan Schrodinger. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Sains* 2016: 794-802.

Hey, J.D. 1993. On the Momentum Representation of Hydrogenic Wave Functions: Some Properties and Applications. *American Journal of Physics* 61(1): 28-35.

Idris-Bey, K., dan M. H. Al-Hashimi. 2018. Modelling of The Wave Function and of the Energy States of Hydrogen Stored in a Spherical Cavity. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal.* 3(2):157-163.

Krane, K. S. 2012. *Modern Physics Third Edition.*United States of America: John Wiley & Sons, Inc.

Levi, A.F.J. 2003. *Applied Quantum Mechanics for Enginers and Physicts*. London: Cambridge University Press.

Maulana, M. 2019. *Solusi Lengkap Fungsi Gelombang Atom Hidrogen* (H_1^1) *pada Bilangan Kuantum Utama* (n) $4.$ Tidak diterbitkan. Skripsi. Jember: FKIP Universitas Jember.

Sukardjo. 2004. *Kimia Fisika*. Jakarta: PT. Rineka Cipta.

Suparmi, A., C. Cari., J. Handhika., C. Yanuarief., dan H. Marini. 2018. Aproximate Solution of Schrodinger Equation for Modified Poshl-Teller plus Trigonometric Rosen-Mose Non-Central Potentials in Terms of Finite Romanovski Polynomials. Journal of Aplied Physics 2(2): 43-51.

Supriadi, B., S.H.B. Prastowo., S. Bahri, Z.R. Ridlo, dan T. Prihandono. 2018. The Stark Effect on the Wave Function of Tritium Relativistic Condition. *Journal of Physics.* IOP Publishing.

Syaifudin, M., Suparmi., Cari. 2015. Penyelesaian Persamaan Schrodinger Potensial Non-Sentral Scarf Hiperbolik Plus Rosen-Morse Trigonometrik menggunakan Metode Supersimetri Mekanika Kuantum. *Jurnal Fisika dan Aplikasinya* 16(2) 20-24.