

# PEMODELAN MATEMATIKA ALIRAN DARAH PADA ARTERI PERIFER AKIBAT PEMASANGAN STENT

Theriq Azis Al Husein<sup>1\*</sup>, Arif Fatahillah<sup>2</sup>, Susi Setiawani<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Pendidikan matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember  
Jl. Kalimantan 37, Jember 68121

**Abstract:** Peripheral arterial disease is a disease that occurs due to narrowing of peripheral arteries caused by plaque buildup. If left too long, this disease can cause pain in the limbs and even have to be amputated. One way to treat PAP is by performing stenting or better known as angioplasty. Angioplasty is performed with the aim of opening the narrowed blood vessels so that blood flow can be normal again. Mathematical modeling is a science that can be used to simulate problems in the real world into mathematical models. Mathematical modeling can form a model that describes the state of blood flow in the peripheral arteries in accordance with the conditions and important factors in it. In this study a mathematical model of blood flow was built in the peripheral arteries to determine the effectiveness of stent placement obtained from the momentum equation and solved using the finite element method.

**Keywords:** *Peripheral arterial disease, Mathematical modeling, Stent*

## PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu yang mendasari pengembangan ilmu-ilmu lainnya (Putra dkk, 2017). Selain itu matematika juga sangat berperan penting terhadap perkembangan teknologi saat ini. Salah satu cabang dari ilmu matematika yaitu matematika terapan yang penerapannya digunakan di bidang kesehatan atau kedokteran (Amirullah dkk., 2019). Salah satu hal yang dipelajari dalam ilmu kedokteran yaitu sistem kardiovaskular. Sistem kardiovaskular atau yang lebih dikenal sistem peredaran darah merupakan sistem organ yang terdiri dari jantung sebagai pemompa darah dan pembuluh darah (arteri, kapiler, vena) sebagai distributor darah ke semua organ di dalam tubuh (Pappano, 2012).

Arteri perifer merupakan pembuluh arteri yang terletak pada daerah tungkai. Penyakit arteri perifer (PAP) merupakan penyakit akibat penyempitan yang disebabkan penumpukan plak. PAP dapat menyebabkan nyeri pada daerah tungkai kaki terutama saat beraktivitas. Selain itu, penyakit ini juga dapat menyebabkan amputasi apabila tidak segera ditangani. Dalam penelitian penelitian Thendria dkk (2014) yang berjudul

---

<sup>1</sup> theriq.aah27@gmail.com

P-ISSN: 1411-5433

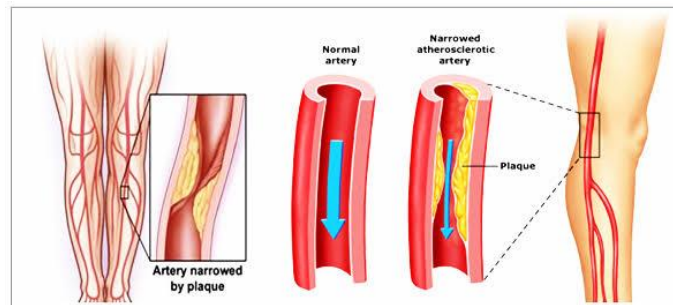
E-ISSN: 2502-2768

© 2020 Saintifika; Jurusan PMIPA, FKIP, Universitas Jember

<http://jurnal.unej.ac.id/index.php/STF>

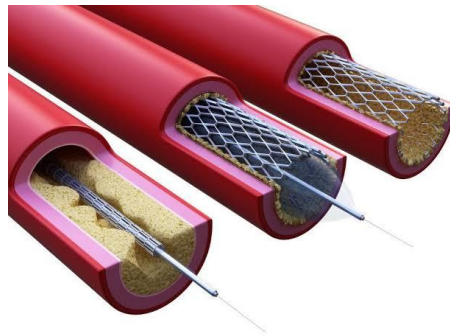


Hubungan antara Hipertensi dan Penyakit Arteri Perifer Berdasarkan Nilai Ankle-Brachial menyebutkan pasien PAP paling banyak berada pada kelompok hipertensi tidak terkontrol yakni sebanyak 10 orang (84%) yang terdiri atas masing-masing 5 orang (42%) menderita hipertensi derajat 1 dan derajat 2.



Gambar 1. Penyakit Arteri Perifer

Salah satu penanganan PAP dapat dilakukan dengan melakukan operasi pemasangan stent atau angioplasty. Stenosis biasa digunakan di bidang kedokteran untuk menjelaskan penyempitan di area tertentu (Fatahillah et al, 2019; Taylor et al, 2013). Model matematika adalah representasi dari sistem nyata yang dijabarkan dalam bentuk simbol dan pernyataan matematika. Suatu model matematika sebagai pendekatan terhadap suatu fenomena (alami atau buatan) hanya mencakup daerah yang terbatas dari fenomena yang tak terbatas yang bersifat diskrit (Qoriatul dkk, 2013). Berdasarkan hal tersebut, model matematika merepresentasikan sebuah sistem dalam bentuk hubungan kuantitatif dan logika, berupa suatu persamaan matematika (Hardiyanti, Dafik, Fatahillah, 2016; Pericevic dkk, 2009). Selain itu Pemodelan matematika merupakan penurunan suatu studi tentang konsep dan operasi matematika dalam konteks dunia real dan pembentukan model-model dalam menggali dan memahami situasi masalah kompleks yang sesungguhnya. Representasi matematika yang dihasilkan dikenal sebagai model matematika (Brahmanto dkk, 2017; Masyhudi dkk, 2018; Fatahillah dkk, 2019). Dalam penelitian ini, dilakukan pemodelan kecepatan aliran darah akibat ketebalan plak dan besar diameter stent yang kemudian diselesaikan menggunakan metode elemen hingga.



*Gambar 2. Angioplasty*

Metode elemen hingga adalah jenis metode pendekatan numerik yang didasarkan pada masalah masing-masing elemen yang dinamakan elemen hingga (Fatahillah, 2018). Setiap permasalahan yang ada akan diselesaikan dengan pendekatan kuadratik, dimana bentuk penyelesaiannya dari metode elemen hingga memiliki bentuk persamaan matrik (Fatahillah, 2010). Selanjutnya akan disimulasikan model matematis aliran darah pengidap PAP menggunakan pendekatan Computational Fluid Dynamics (CFD). CFD memiliki validitas yang baik dalam simulasi aliran darah stenosis arteri dalam berbagai obstruksi (Shi et al, 2017; Roy et al, 2017). Beberapa software bantuan juga diperlukan untuk menyelesaikan model matematika yaitu MATLAB untuk membantu dalam hal perhitungan dan FLUENT untuk menyimulasikan model yang telah dibuat.

Berdasarkan uraian di atas, tujuan penelitian ini untuk membentuk dan mengembangkan model matematika pada aliran darah pengidap PAP. Selain itu menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika, memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode elemen hingga.

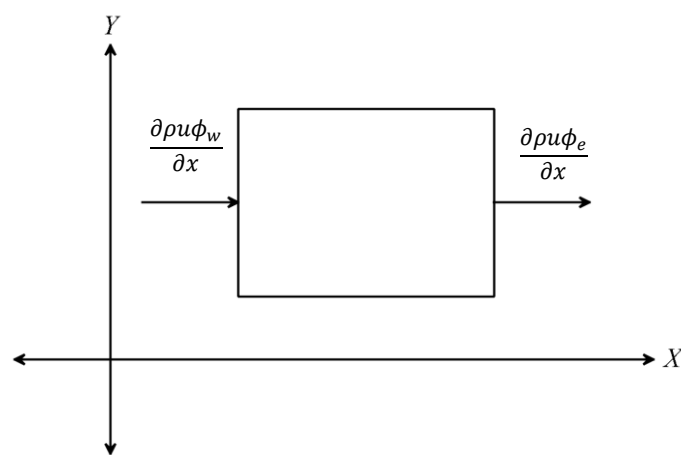
## **METODE PENELITIAN**

Agar suatu penelitian memperoleh hasil yang optimal sesuai dengan tujuan, maka dibutuhkan metode penelitian yang perlu dilakukan secara terencana dan sistematis. Penelitian ini merupakan jenis penelitian simulasi yang merupakan bentuk penelitian untuk mencari gambaran melalui model yang dilakukan dengan simulasi untuk mendapatkan pengaruh yang mirip dengan keadaan sebenarnya. Langkah awal melakukan studi pustaka yang berkaitan dengan aliran darah pada pengidap penyakit arteri perifer, stenosis, dan metode elemen hingga. Langkah selanjutnya membuat representasi dari sistem nyata dalam bentuk model matematika. Sehingga diperoleh

model matematika aliran darah pada penderita PAP akibat pemasangan stent berdasarkan data-data yang mendekati keadaan sebenarnya.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis numerik aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan stent dilakukan dengan beberapa tahapan. Tahapan pertama yaitu pembentukan model matematika aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan stent dengan didasarkan pada persamaan momentum.



Gambar 2. Skema Kendali Persamaan Momentum

Persamaan momentum merupakan bentuk persamaan diferensial yang menghubungkan gaya-gaya yang bekerja pada volume kendali. Dalam penelitian ini gaya yang bekerja yaitu gaya tekanan ( $P$ ) dan gaya kekentalan zat ( $\mu$ ). Dari skema kendali persamaan momentum pada Gambar 1 maka didapatkan persamaan momentum sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + [pure\ rate] &= \Sigma F \\ \frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + [in - out] &= \Sigma F \\ \frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + \left[ \frac{\partial \rho u \phi_w}{\partial t} - \frac{\partial \rho u \phi_e}{\partial t} \right] &= \Sigma F \\ \frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + \left[ \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial t} \right] &= \Sigma F \end{aligned} \quad (1)$$

Gaya-gaya yang bekerja pada proses ini adalah:

1. Gaya tekanan ( $P$ )
2. Gaya kekentalan zat ( $\mu$ )

Sehingga, persamaan gaya yang bekerja adalah:

$$\Sigma F = -\nabla P + \nabla \mu (\nabla u + \nabla u^T) + R(z) \quad (2)$$

dimana:

$$-\nabla P = -\frac{\partial P}{\partial x}$$

$$\nabla \mu = \frac{\partial \mu}{\partial x}$$

$$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\nabla u^T = \frac{\partial u^T}{\partial x}$$

$$R(z) = R_0 - \frac{\delta s}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left( z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \quad (3)$$

dengan mensubstitusi persamaan (3) ke persamaan (2) maka didapatkan:

$$\Sigma F = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^T}{\partial x} \right) + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left( z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \quad (4)$$

kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (4) ke persamaan (1) didapatkan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial t} &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u^T}{\partial x} \right) \\ &+ R_0 - \frac{\delta s}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left( z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Karena aliran darah yang dianalisis dianggap aliran turbulen, persamaan (5) menjadi:

$$\frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + R_0 - \frac{\delta s}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left( z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right) \quad (6)$$

Persamaan (6) di atas merupakan model matematika dari aliran darah pada arteri perifer akibat pemasangan *stent*.

## SIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan diharapkan dapat mengembangkan model matematika dari penelitian sejenis atau dengan meneliti faktor-faktor lain yang mempengaruhi. Model matematika aliran darah penderita PAP akibat pemasangan *stent*

diperoleh dari persamaan momentum. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh model matematika aliran darah penderita PAP akibat pemasangan *stent* sebagai berikut:

$$\frac{\partial \rho u \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \phi_x}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + R_0 - \frac{\delta S}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left( z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right)$$

Model matematika diperoleh berdasarkan faktor-faktor yang mempengaruhi aliran darah pada arteri perifer. Model matematika dapat disimulasikan untuk memperoleh hasil numerik yang dapat dibandingkan dengan kondisi sebenarnya, sehingga peneliti lain dapat melakukan simulasi model matematika yang diperoleh.

## DAFTAR PUSTAKA

- Amirullah, I., Fatahillah, A., & Setiawan, T. B. 2019. Pemodelan Matematika Aliran Darah pada Arteri Koroner Akibat Pemasangan *Stent*. *Kadikma*. 10(1). 68-73.
- Brahmanto, J., Fatahillah, A., & Dafik. 2017. Pemodelan Matematika Aliran Fluida pada Radiator Mobil Tipe SR (*Single Row*). *Kadikma*. 8(1). 112-117.
- Fatahillah, A. 2018. Numerical analysis of fluidal flow in heat exchangers using finite element method to reduce exhaust emission level in air. *Journal of Physics: Conference Series 1108*(1) pp 1-7.
- Fatahillah, A. et al. 2019. Numerical analysis of blood flow in intracranial artery stenosis affected by ischemic stroke using Finite Element method, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1218, no. 12005.
- Fatahillah, A. Setiawani, S., and Damayanti, R. 2019. Mathematical Model Analysis of Fluid Flow in Edamame Hydrofluidization Using Finite Element Method, *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 1211, no. 12021.
- Hardiyanti, S. A., Dafik, & Fatahillah, A. 2016. Analisis Kecepatan Aliran Hidrogen Peroksida (H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) pada Sterilisasi Saluran Akar Gigi Menggunakan Metode Numerik Volume Hingga," vol. 6, no. 2, pp. 13-26, 2016.
- Masyhudi, A. M., Fatahillah, A., & Setiawan, T. B. 2018. Pemodelan Matematika Penyebaran Polutan Udara di Kawasan PLTU Menggunakan Metode Volume Hingga. *Kadikma*. 9(3). 194-203.
- Pappano, A.J., dan Wier, W.G., 2012. Cardiovascular Physiology E-Book: Mosby Physiology Monograph Series. *Elsevier Health Sciences*.
- Pericevic, I., C. Lally, D. Toner and D.J. Kelly, 2009. The influence of plaque composition on underlying arterial wall stress during stent expansion: The case of lesion-specific stents. *Med. Eng. Phys.*, 31: 428-433.

- Putra, A. S. H., Suharto, dan Fatahillah, A. 2017. Analisis Sirkulasi Udara pada Sistem Pernafasan Manusia Menggunakan Metode Volume Hingga. *Kadikma*. 8(2) : 95-104.
- Qoriatul, dkk. 2013. Analisis Model Matematika Pertukaran Panas pada Fluida di *Heat Exchanger Tipe Shell and Tube* yang digunakan di PT. Pupuk KALTIM TBK. *Kadikma*. 4(1). 7-14.
- Roy M., et al. 2017. Modelling of Blood Flow in Stenosed Arteries. *Procedia Computer Science*., 115 pp 821-830.
- Shi Y., et al. 2017. Suction force-suction distance relation during aspiration thrombectomy for ischemic stroke: *a computational fluid dynamics study Physics in Medicine* 3 pp 1-8.
- Taylor, C. A., Fonte, T. A., and Min, J. K. 2013. Computational fluid dynamics applied to cardiac computed tomography for noninvasive quantification of fractional flow reserve: *scientific basis American College of Cardiology* 61(22) pp 2233-2241.
- Thendria, T., Toruan, I.L., dan Natalia. 2014. Hubungan antara Hipertensi dan Penyakit Arteri Perifer Berdasarkan Nilai Ankle-Brachial Index. Vol.2, No.1