

# PEWARNAAN SISI $r$ –DINAMIS PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI TITIK KELUARGA GRAF POHON DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Lusia Dewi Minarti<sup>1</sup>, Dafik<sup>2</sup>, Susi Setiawani<sup>3</sup>, Slamun<sup>4</sup>, Arif Fatahillah<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Lusia Dewi Minarti (Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember, Indonesia)

<sup>2</sup>Dafik (Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember, Indonesia)

<sup>3</sup>Susi Setiawani (Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember, Indonesia)

<sup>4</sup>Slamin (Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember, Indonesia)

<sup>5</sup>Arif Fatahillah (Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember, Indonesia)

**Abstract.** Pewarnaan sisi  $r$  –dinamis suatu graf  $G$  didefinisikan sebagai pemetaan  $c$  dari  $E(G)$  ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi  $e_1 = uv, e_2 = vw \in E(G) \Rightarrow c(e_1) \neq c(e_2)$  dan  $\forall e_1 = uv \in E(G), |c(N(e_1))| \geq \min\{r, d(v) + d(u) - 2\}$  dimana  $N(e_1)$  adalah himpunan sisi yang bertetangga dengan  $e_1$  dan  $d(u)$  adalah derajat titik  $u$ . Nilai  $k$  yang minimal sehingga graf  $G$  memenuhi pewarnaan  $k$  – warna sisi  $r$  –dinamis disebut bilangan kromatik sisi  $r$  –dinamis, yang dinotasikan dengan  $\chi_r(G)$ . Penelitian ini, peneliti menentukan bilangan kromatik  $\chi_r(G)$  pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari keluarga graf pohon yaitu graf bintang dan graf sapu menggunakan metode deduktif aksiomatik. Hasil dari penelitian ini adalah teorema yang menyatakan bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis. Terdapat tiga teorema yang dihasilkan dari graf yang diteliti serta setiap tahap dalam penelitian ini dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

**Keywords:** Pewarnaan sisi  $r$  – dinamis, operasi amalgamasi titik, keterampilan berpikir tingkat tinggi.

## PENDAHULUAN

Kemampuan berpikir setiap orang berbeda-beda sehingga terdapat duaklasifikasi tingkat berpikir yaitu berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking skill*) dan berpikir tingkat rendah (*lower order thinking skill*). Kemampuan berpikir tingkatrendah merupakan kemampuan berpikir yang hanya menuntut seseorang untuk mengingat, memahami dan mengaplikasikan. Sedangkan kemampuanberpikir tingkat tinggi adalah keterampilan mengingat, memahami, mengaplikasikan, menganalisis, mengevaluasi dan menciptakan. Secarateoritis keterampilan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking skill*) berkaitan langsung dengan taksonomi yang diajukanoleh Bloom (Dafik, 2015).

---

<sup>1</sup>[d.dafik@unej.ac.id](mailto:d.dafik@unej.ac.id)

P-ISSN: 1411-5433

E-ISSN: 2502-2768

© 2019 Saintifika; Jurusan PMIPA, FKIP, Universitas Jember

<http://jurnal.unej.ac.id/index.php/STF>



Bloom mengklasifikasikan ranahkognitif dalam enam tingkatan yaitu pengetahuan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis, dan evaluasi. Setelah direvisi, taksonomi Bloom berubah menjadi mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan menciptakan. Keterampilan berpikir tingkat tinggi sangat berguna dalam membantu memecahkan berbagai masalah dalam kehidupan sehari-hari, salah satunya yaitu masalah matematika.

Salah satu cabang ilmu matematika adalah matematika diskrit yang memuat teori graf dalam kajiannya. Menurut Slamin (2009), sebuah graf  $G$  merupakan himpunan  $(V(G), E(G))$ , dimana  $V(G)$  adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut simpul/titik dan  $E(G)$  adalah sebuah himpunan (boleh kosong) dari pasangan tak terurut  $u, v$  dari titik-titik  $u, v \in V(G)$  yang disebut sisi.  $V(G)$  disebut himpunan titik dari  $G$  dan  $E(G)$  disebut himpunan sisi dari  $G$ . Jika  $e = (u, v)$  adalah sisi pada graf  $G$  maka  $u$  dan  $v$  disebut bertetangga (adjacent), sedangkan  $u$  dengan  $e$  atau  $v$  dengan  $e$  disebut bersisian (incident) (Chartrand & Lesniak, 1986). Derajat (degree) dari sebuah titik  $v$  pada graf  $G$  dinotasikan dengan  $d(v)$ , adalah banyaknya sisi yang bersisian pada titik  $v$  atau dapat juga didefinisikan sebagai banyaknya titik yang bertetangga pada  $v$  (Chartrand & Zhang, 2011).

Salah satu topik dalam teori graf, yaitu pewarnaan graf. Pewarnaan graf adalah suatu bentuk pelabelan graf, yaitu dengan memberikan warna pada elemen graf. Menurut Chartrand & Zhang (2009), pewarnaan graf terdiri dari tiga permasalahan yang meliputi pewarnaan titik (vertex coloring), pewarnaan sisi (edge coloring) dan pewarnaan wilayah (region coloring). Pada perkembangannya, pewarnaan graf telah mengalami variasi diantaranya yaitu pewarnaan dinamis yang dikembangkan oleh Montgomery pada tahun 2002 (Lan & Montgomery, 2002). Fokus kajian dalam penelitian ini membahas pewarnaan sisi  $r$ -dinamis. Meganingtyas dan Dafik (2015) menyatakan pewarnaan sisi  $r$ -dinamis pada suatu graf  $G$  didefinisikan sebagai pemetaan  $c$  dari  $E(G)$  ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi  $e_1 = uv, e_2 = vw \in E(G) \Rightarrow c(e_1) \neq c(e_2)$  dan  $\forall e_1 = uv \in E(G), |c(N(e_1))| \geq \min\{r, d(v) + d(u) - 2\}$  dimana  $N(e_1)$  adalah himpunan sisi yang bertetangga dengan  $e_1$  dan  $d(u)$  adalah derajat titik  $u$ . Nilai  $k$  yang minimal sehingga graf  $G$  memenuhi pewarnaan  $k$ -warna sisi  $r$ -dinamis disebut bilangan kromatik sisi  $r$ -dinamis, yang dinotasikan dengan  $\chi_r(G)$ . Beberapa graf yang telah diteliti, antara lain:

- $\chi_2(P_n) = \chi_r(P_n) = 3$ , untuk  $n \geq 2, r \geq 2$ .
- $\chi_{r \geq 1}(S_n) = n$ , untuk  $n \geq 3$ .
- $\chi_{r \geq 3n}(amal(P_n, v, m)) = m + 1$ .

Operasi pada graf merupakan salah satu cara untuk memperoleh graf-graf baru. Terdapat berbagai operasi dalam graf, salah satunya adalah operasi amalgamasi. Amalgamasi dinotasikan dengan  $G = amal(H, v, k)$  dimana setiap  $H$  memiliki sebuah titik  $v$  yang menjadi terminal dan  $k$  menyatakan banyak graf  $H$  yang diamalgamasi (Carlos, 2006). Penelitian ini, akan mengkaji lebih lanjut mengenai pewarnaan sisi  $r$ -dinamis pada keluarga graf pohon dengan operasi amalgamasi titik yaitu amalgamasi titik graf bintang dan amalgamasi titik graf sapu. Selain itu pada penelitian ini juga dilakukan kajian mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan proses pewarnaan sisi  $r$ -dinamis.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah berapa bilangan kromatik sisi  $r$ -dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu serta

bagaimana kaitan proses pewarnaan sisi  $r$  –dinamis dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Adapun tujuan dalam penelitian ini adalah untuk menentukan bilangan kromatik sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu serta mengetahui kaitan proses pewarnaan sisi  $r$  –dinamis dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

## METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini dikategorikan kedalam penelitian eksploratif, yaitu penelitian yang bertujuan untuk menemukan hal baru yang ingin diketahui oleh peneliti, kemudian hasil penelitian tersebut dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik, yaitu metode yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Metode penelitian ini diterapkan pada penemuan bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf sapu. Penelitian ini, disetiap tahap dari prosedur penelitian akan dikaitkan dengan tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan taksonomi Bloom yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan mencipta. Hal tersebut perlu adanya penilaian kemampuan berpikir tingkat tinggi, sehingga pada tahap akhir setelah menemukan teorema akan dilanjutkan dengan validasi. Validasi dilakukan menggunakan lembar validasi. Berikut langkah – langkah untuk menentukan tingkat kevalidan:

- a. Rata-rata nilai hasil penilaian dari semua dosen untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^n V_{ji}}{n}$$

Keterangan:

$V_{ji}$  = data nilai dari dosen ke- $j$  terhadap indikator ke- $i$

$I_i$  = rata-rata nilai indikator ke- $i$

$n$  = banyak dosen

- b. Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^n I_{ki}}{m}$$

Keterangan:

$A_k$  = rata-rata nilai untuk aspek ke- $k$

$I_{ki}$  = rata-rata nilai aspek ke- $k$  indikator ke- $i$

$m$  = banyaknya kriteria dalam aspek ke- $k$

- c. Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{k=1}^n A_k}{n}$$

Keterangan:

$V_a$  = nilai rata-rata total semua aspek

$k$  = aspek yang dinilai

$n$  = banyaknya aspek

- d. Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

Tabel 1. Tingkat Kevalidan Instrumen

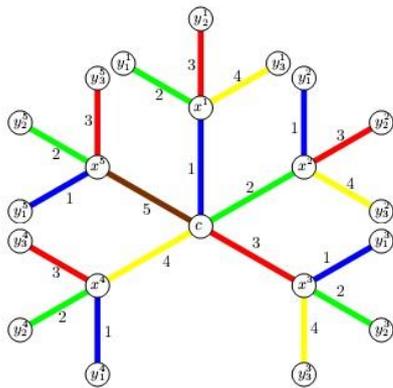
Nilai $V_a$	Tingkat Kevalidan
$V_a = 5$	Sangat Valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup Valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang Valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak Valid

Sumber: modifikasi dari Hobri (2010)

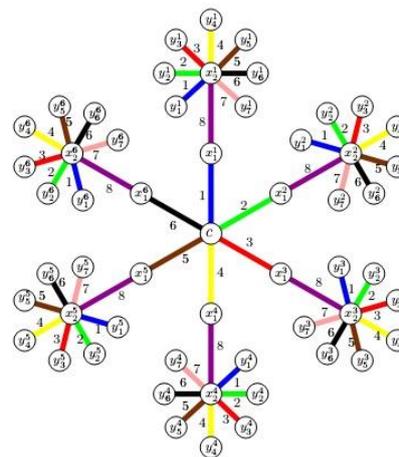
Instrumen dapat digunakan jika telah memenuhi kriteria sangat valid atau valid sesuai dengan tabel di atas. Apabila instrumen masih dikategorikan cukup, kurang, maupun tidak valid maka peneliti harus melakukan revisi sesuai sarandari validato (Hobri, 2010).

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini bertujuan untuk menemukan bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik keluarga graf pohon dan kaitannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi dengan hasil akhir berupa teorema. Teorema tersebut berupa nilai kromatik dari pewarnaan sisi  $r$  –dinamis yang dinotasikan dengan  $\chi_r(G)$ . Penelitian ini diawali dengan menentukan pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf bintang  $(S_n)$  dan graf sapu  $(B_d^n)$  serta dilanjutkan dengan menentukan pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf  $amal(S_n, v, m)$  dan  $amal(B_d^n, v, m)$ . Contoh hasil pewarnaan sisi  $r$  –dinamis dari graf  $amal(S_n, v, m)$  dan graf  $amal(B_d^n, v, m)$  ditunjukkan pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. Pewarnaan sisi 1,2,3,4 –dinamis dari graf  $amal(S_4, v, 5)$



Gambar 2. Pewarnaan sisi r-dinamis dari graf  $amal(B_3^{10}, v, 6)$

Setelah menentukan pewarnaan sisi  $r$ -dinamis pada graf, langkah selanjutnya yaitu uji keoptimalan bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis melalui tabel pewarnaan sisi  $r$  –dinamis. Tabel pewarnaan sisi  $r$ -dinamis pada graf  $amal(S_4, v, 5)$  (Gambar 1) dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Pewarnaan sisi 1,2,3,4 –dinamis pada graf  $amal(S_4, v, 5)$

$e_i$ = $uv$	$c(e_i)$	$ c(N(e_i)) $	$r$	$d(u)+$ $d(v) - 2$	$\min\{r, d(u)+$ $d(v) - 2\}$	$ c(N(e_i))  \geq$ $\min\{r, d(u)$ $+d(v) - 2\}$
$x^1y_1^1$	2	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^1y_2^1$	3	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^1y_3^1$	4	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$cx^1$	1	4	1,2,3,4,5	7	1,2,3,4,5	1,1,1,1,0
$cx^2$	2	4	1,2,3,4,5	7	1,2,3,4,5	1,1,1,1,0
$x^2y_1^2$	1	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^2y_2^2$	3	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^2y_3^2$	4	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$cx^3$	3	4	1,2,3,4,5	7	1,2,3,4,5	1,1,1,1,0
$x^3y_1^3$	1	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^3y_2^3$	2	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^3y_3^3$	4	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$cx^4$	4	4	1,2,3,4,5	7	1,2,3,4,5	1,1,1,1,0
$x^4y_1^4$	1	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^4y_2^4$	2	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^4y_3^4$	3	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$cx^5$	5	4	1,2,3,4,5	7	1,2,3,4,5	1,1,1,1,0
$x^5y_1^5$	1	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^5y_2^5$	2	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1
$x^5y_3^5$	3	3	1,2,3,4,5	3	1,2,3,3,3	1,1,1,1,1

Keterangan :  $c(e_i)$  merupakan himpunan warna pada titik yang disimbolkan dengan angka.  $|c(N(e_i))|$  merupakan banyaknya himpunanwarna yang bertetangga, jika ada warna yang sama maka dihitung satu. $r, d(u) + d(v) - 2$  merupakan jumlah banyaknya titik dan sisidipersekitaran titik tersebut dikurangi dengan 2. $\min\{r, d(u) + d(v) - 2\}$  merupakan minimal dari  $r$  atau  $d(e_i)$  . Jikamemenuhi syarat  $|c(N(e_i))| \geq \min\{r, d(u) + d(v) - 2\}$  maka YA(dilambangkan dengan angka 1) dan jika tidak memenuhi $|c(N(e_i))| \geq \min\{r, d(u) + d(v) - 2\}$  maka TIDAK (dilambangkandengan angka 0).

Dari hasil uji keoptimalan bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis di atas dapat dilanjutkan dengan menentukan fungsi pola pewarnaan sisi  $r$  –dinamis. Berikut adalah contoh fungsi pewarnaan sisi  $r$ -dinamis dari graf  $amal(S_4, v, 5)$ .

$$c_1(cx^j) = j, \quad 1 \leq j \leq m$$

$$c_1(x^jy_i^j) = \begin{cases} i, & \text{untuk } 1 \leq i \leq j - 1 \\ i + 1, & \text{untuk } j \leq i \leq n - 1 \end{cases}$$

Berdasarkan setiap tahapan di atas, didapatkan teorema tentang pewarnaan sisi  $r$ -dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik keluarga graf pohon.

Teorema 1. Bilangan kromatik pewarnaan sisir  $r$ -dinamis dari graf  $G = amal(S_n, v, m)$ , dimana  $m \geq 2$ ,  $n \geq 3$  yang memiliki derajat tertinggi  $\Delta(G)$  adalah

$$\chi_r(G) = \begin{cases} \Delta(G), & \text{untuk } r \leq \Delta(G) - 1 \\ \Delta(G) + 1, & \text{untuk } r = \Delta(G) \\ \Delta(G) + 2, & \text{untuk } r = \Delta(G) + 1 \\ \Delta(G) + t + 1, & \text{untuk } r = \Delta(G) + t, \text{ dimana } 2 \leq t \leq m + n - \Delta(G) - 3 \\ m + n - 1, & \text{untuk } r \geq m + n - 2. \end{cases}$$

Teorema 2. Bilangan kromatik pewarnaan sisir  $r$ -dinamis dari graf  $G = B_d^n$ , dimana  $n - d \geq 2$ ,  $d \geq 3$  adalah

$$\chi_r(G) = \begin{cases} n - d + 1, & \text{untuk } r \leq n - d \\ n - d + 2, & \text{untuk } r \geq n - d + 1. \end{cases}$$

Teorema 3. Bilangan kromatik pewarnaan sisir  $r$ -dinamis dari graf  $G = amal(B_d^n, v, m)$ , untuk  $n \geq 5$ ,  $d \geq 3$ , dan  $m \geq 2$  adalah

$$\chi_r(G) = \begin{cases} \Delta(G), & \text{untuk } r \leq \Delta(G) - 1 \\ \Delta(G) + 1, & \text{untuk } r \geq \Delta(G). \end{cases}$$

Setiap tahapan diatas yang diuraikan dalam penelitian pewarnaan sisir  $r$ -dinamis ini memiliki keterkaitan antara tahap satu dengan yanglain. Peneliti merefleksikan dan melakukan evaluasi diri bahwa selamapelaksanaan penelitian ini menggunakan keterampilan berpikir tingkattinggi sehingga pada akhirnya peneliti dapat menciptakan teoremabaruan terkait dengan pewarnaan sisi  $r$ -dinamis. Selanjutnyadilakukan penilaian terhadap hasil capaian peneliti oleh tiga orangdosen dari Program Studi Pendidikan Matematika anggota CGANT(Combinatorics Graph Theory and Network Topology Research Group) sebagai validator. Proses berpikir dalam penelitian ini dengan tujuan untuk menemukanbilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$ -dinamis secara teoritis danfakta penilaian dari tiga dosen memiliki perbedaan. Hasil analisis tingkat kevalidan instrumen yaitu  $V_a = 4,63$  yang termasuk ke dalam tingkat valid ( $4 \leq V_a < 5$ ). Hal ini dapat disimpulkan bahwa penelitianpewarnaan sisi  $r$ -dinamis dikatakan valid untuk digunakan dalammengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi karena keterkaitannyamenunjukkan hasil yang baik.

## KESIMPULAN

### Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa:

- a. Nilai kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik keluarga graf pohon dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Teorema 1. Bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  – dinamis dari graf  $G = amal(S_n, v, m)$ , dimana  $m \geq 2$ ,  $n \geq 3$  yang memiliki derajat tertinggi  $\Delta(G)$  adalah

$$\chi_r(G) = \begin{cases} \Delta(G), & \text{untuk } r \leq \Delta(G) - 1 \\ \Delta(G) + 1, & \text{untuk } r = \Delta(G) \\ \Delta(G) + 2, & \text{untuk } r = \Delta(G) + 1 \\ \Delta(G) + t + 1, & \text{untuk } r = \Delta(G) + t, \text{ dimana } 2 \leq t \leq m + n - \Delta(G) - 3 \\ m + n - 1, & \text{untuk } r \geq m + n - 2. \end{cases}$$

Teorema 2. Bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis dari graf  $G = B_d^n$ , dimana  $n - d \geq 2$ ,  $d \geq 3$  adalah

$$\chi_r(G) = \begin{cases} n - d + 1, & \text{untuk } r \leq n - d \\ n - d + 2, & \text{untuk } r \geq n - d + 1. \end{cases}$$

Teorema 3. Bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  –dinamis dari graf  $G = amal(B_d^n, v, m)$ , untuk  $n \geq 5$ ,  $d \geq 3$ , dan  $m \geq 2$  adalah

$$\chi_r(G) = \begin{cases} \Delta(G), & \text{untuk } r \leq \Delta(G) - 1 \\ \Delta(G) + 1, & \text{untuk } r \geq \Delta(G). \end{cases}$$

- b. Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dan pewarnaan sisi  $r$ -dinamis yaitu mengingat (mengingat terminologi dasar graf, mendefinisikan operasi amalgamasi titik dan pewarnaan sisi  $r$  –dinamis), memahami (menjelaskan cara mengoperasikan graf yang diteliti yaitu graf bintang dan graf sapu dengan operasi amalgamasi titik, memberi contoh graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu, mendeteksi kardinalitas titik dan sisi pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu), menerapkan (menerapkan pewarnaan sisi  $r$  – dinamis pada masing-masing graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu), menganalisis (mengenali pola pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu, memisahkan hasil pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu menjadi beberapa kasus), mengevaluasi (mengecek keoptimalan bilangan kromatik pewarnaan sisi  $r$  – dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu, mengevaluasi fungsi pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang

dan graf sapu), mencipta (menciptakan teorema baru dari pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik dari graf bintang dan graf sapu).

### Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai pewarnaan sisi  $r$  –dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi titik keluarga graf pohon, maka peneliti memberikan saran kepada pembaca agar dapat mengembangkan pewarnaan sisi  $r$  – dinamis pada graf hasil operasi amalgamasi lainnya. Selain itu agar pembaca maupun peneliti dapat menganalisis dan mengaitkan pewarnaan sisi  $r$  – dinamis dengan proses berpikir lainnya selain berpikir tingkat tinggi.

### DAFTAR PUSTAKA

- Carlos, K. (2006). Generalized Book and  $C_m$  Snakes and Prime Graphs. *Ars Combinatoria*, 80:215-221.
- Chartrand, G. dan L. Lesniak. (1986). *Graph and Digraph*. California: Pacific Graw.
- Chartrand, G. dan P. Zhang. (2011). *Discrete Mathematics*. Long Grove: Eaveland Press.
- Chartrand, G. dan P. Zhang. (2009). *Chromatic Graph Theory of a Graph*. USA: CRC Press.
- Dafik. (2015). *Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*. Pidato Pengukuhan Guru Besar. Jember: CGANT Research Group Universitas Jember.
- Hobri. (2010). *Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika*. Jember: Pena Salsabila.
- Lai, H. Dan Montgomery, B. (2002). *Dynamic Coloring of Graphs*. Morgantown: West Virginia University.
- Meganingtyas, D.E.W. (2015). *Analisis Pewarnaan  $r$  –Dinamis pada Graf-Graf Khusus*. Tesis: Magister Matematika FMIPA Universitas Jember.
- Slamin. (2009). *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.