

Penyesuaian distribusi proses keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir saat waktu puncak

(Fitting distribution of the motorcycle departure processes from the parking lot during peak time)

Rifdatun Ni'mah*, Regita Putri Permata

Prodi Sains Data, Fakultas Teknologi Informasi dan Bisnis, Institut Teknologi Telkom Surabaya Surabaya, Jawa Timur 60231, Indonesia

*korespondensi: rifdatun@ittelkom-sby.ac.id

Received: 25-02-2023, accepted: 26-09-2023

Abstract

The study aims to model the distribution of motorcycle departures from the parking lot at peak times with the Poisson process approach. This process involves a discrete number of departures and continuous inter-departure time. The probability distribution candidate was selected to model the data according to the data nature, the stochastic process, and the empirical observation of the departure process. Parameters are estimated using the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method and the bootstrapping procedure to construct confidence intervals for the parameter. The goodness-of-fit test is applied to select the best probability distribution that matches empirical data. Inferences to the distribution parameters suggest that Weibull's distribution is more appropriate for describing the motorcycle's inter-departure time. The number of motorcycle departures fits significantly into a negative binomial distribution. The results of the study concluded that the Poisson process applied was a case of overdispersion, with the motorcycle departure rate decreasing over time.

Keywords: Bootstrapping, departure, distribution, goodness-of-fit, Poisson

MSC2020: 60E05

1. Pendahuluan

Proses Poisson adalah proses pencacahan fundamental yang umumnya digunakan dalam memodelkan proses kedatangan memasuki suatu sistem [1]. Distribusi dalam proses kedatangan ada dua yaitu distribusi untuk variabel jumlah kedatangan dan waktu antar kedatangan [2]. Waktu antar kedatangan dalam proses Poisson harus memiliki sifat identik, independen dan mengikuti fungsi distribusi eksponensial [3], [4]. Jika waktu antar kedatangan memenuhi ketentuan tersebut maka jumlah kedatangan sebagai hasil dari proses pencacahan kejadian yang diinginkan dapat didekati dengan distribusi Poisson. Pencacahan dalam proses kedatangan dikatakan mengikuti proses Poisson dengan asumsi memiliki nilai mean dan variansi yang sama [5].

Proses Poisson juga dapat digunakan untuk mendekati proses keberangkatan [6], [7]. Namun, kondisi nilai mean dan variansi yang sama dalam proses Poisson jarang ditemukan dalam data nyata. Proses keberangkatan cenderung overdispersi (varians lebih besar dari mean) atau underdispersi (varians lebih kecil dari mean) [8]. Kasus overdispersi umumnya didekati menggunakan distribusi binomial negatif dengan memodelkan waktu antar kedatangan dalam distribusi gamma. Distribusi binomial negatif sendiri diinterpretasikan sebagai distribusi Poisson majemuk dengan variabel acak waktu antar kedatangan dipilih dari distribusi umum gamma [9]. Kasus underdispersi dengan waktu antar kedatangan independen diakomodasi dengan distribusi Weibull [10], [11]. Oleh karena itu, analisa distribusi waktu antar keberangkatan perlu dilakukan untuk memverifikasi apakah proses Poisson dapat diterapkan dalam kejadian yang diinginkan.

Penelitian proses Poisson telah banyak diterapkan pada berbagai bidang seperti hidrologi, kesehatan, ekonomi hingga transportasi. Penerapan dalam bidang hidrologi dilakukan untuk menggambarkan proses meluapnya air hujan [12]. Simulasi proses Poisson pada bidang kesehatan dilakukan untuk mendapatkan estimasi kedatangan pasien di Instalasi Gawat Darurat [13] serta jumlah kasus positif dan meninggal akibat Covid-19 [1], [14]. Waktu antar kedatangan dengan distribusi bukan eksponential untuk proses Poisson telah diteliti dalam memodelkan jumlah pinjaman tanpa pembayaran [15]. Contoh kasus yang diangkat dalam penelitian terkait proses Poisson dalam bidang transportasi antara lain mengidentifikasi pola perilaku keberangkatan penumpang di bandara [4] dan pola kedatangan kendaraan pada gerbang tol Banyumanik [16]. Penelitian ini juga mengangkat kasus proses Poisson pada bidang transportasi yaitu pola keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir.

Pola keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir akan membantu dalam memahami perilaku bepergian manusia sebagai pengendara sepeda motor [4]. Proses keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir dapat mempengaruhi kelancaran sistem antrean dari lahan parkir. Proses keberangkatan saat jam pulang kerja yang merupakan waktu puncak atau kejadian ekstrim dan menjadi salah satu penyebab laju dalam antrean keluar lahan parkir tersendat. Kemampuan untuk mengantisipasi proses keberangkatan pada waktu puncak akan membantu dalam tata kelola lahan parkir yang baik. Berdasarkan teori nilai ekstrim, frekuensi dari kejadian ekstrim relatif tergantung pada perubahan variabilitas daripada rata-rata [17] yang seringkali ditemukan kasus overdispersi [18]. Pencacahan proses keberangkatan dapat digunakan untuk menghubungkan besarnya kejadian ekstrim dengan frekuensi kejadiannya dengan menggunakan distribusi probabilitas.

Penyesuaian distribusi probabilitas secara statistik terdiri dari pemilihan tipe distribusi probabilitas, memodelkan data variabel acak ke dalam fungsi probabilitas yang dipilih, serta menemukan dugaan parameter untuk distribusi tersebut [17], [19]–[21]. Penentuan distribusi dilakukan dengan memilih dua atau lebih kandidat distribusi, membandingkan hasilnya, dan memilih model yang paling valid melalui pengujian statistik kesesuaian [22]. Kandidat distribusi yang dipilih tergantung pada sifat data probabilitas, proses

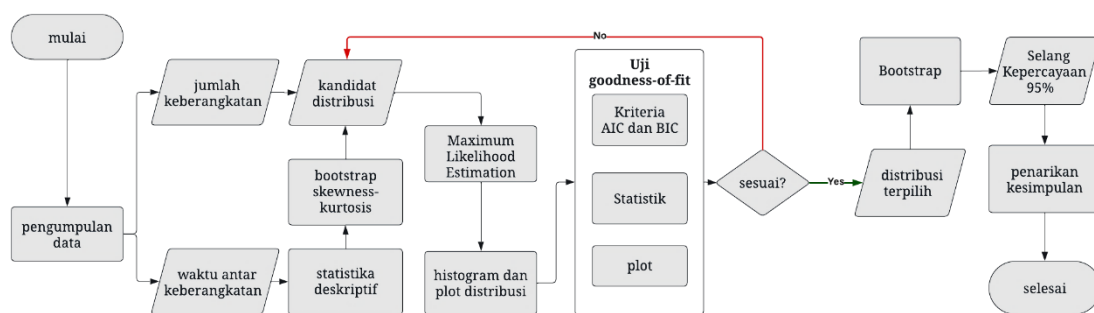
stokastik dan pengamatan empiris dari data keberangkatan yang akan dimodelkan dilengkapi dengan pendekatan teoritis dalam proses stokastik yang telah dijelaskan sebelumnya. Cullen dan Frey [23] menggunakan ukuran kurtosis dan skewness untuk menggambarkan data empiris terhadap distribusi yang umum digunakan [24], [25] dalam menentukan kandidat distribusi. Kandidat distribusi untuk waktu antar keberangkatan yang bertipe kontinu adalah distribusi probabilitas kontinu. Beragam distribusi kontinu yang tersedia untuk memodelkan distribusi data waktu dari suatu kejadian seperti log-logistik, beta, gamma, Weibull, eksponensial dan lainnya [26]. Sementara untuk kandidat distribusi probabilitas dari jumlah keberangkatan yang bertipe diskrit dapat mempertimbangkan distribusi binomial, Poisson dan distribusi binomial negatif [10]. Perkiraan parameter dari distribusi probabilitas didapatkan dengan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE) [27]. MLE dikenal sebagai metode estimasi yang paling populer dan sering digunakan namun bias untuk ukuran sampel kecil [28]. Untuk meningkatkan keandalan dan signifikansi dari perkiraan parameter, prosedur bootstrap dapat digunakan dalam membangun interval kepercayaan bagi parameter [29]. Penjelasan terkait estimasi parameter dan prosedur bootstrap dapat dipelajari lebih lanjut pada [30].

Uji *goodness-of-fit* umum digunakan untuk mengetahui apakah distribusi data mengikuti sebuah distribusi teoritis tertentu atau tidak. Terdapat tiga pengukuran *goodness-of-fit* yang dipertimbangkan dalam penelitian ini yaitu melalui plot, kriteria dan statistik. Untuk distribusi kontinu, ada tiga statistik kesesuaian yang diusulkan dengan beragam asumsi yang mendasari yaitu Cramer-von Mises [31], [32], Kolmogorov-Smirnov [33] dan Anderson-Darling [34]. Statistik Chi-kuadrat secara khusus direkomendasikan dalam uji untuk distribusi diskrit [35]. Akaike Information Criterion (AIC) dan Bayesian Information Criterion (BIC) adalah dua kriteria pemilihan model yang umum digunakan untuk mengukur *goodness-of-fit* antara distribusi teoritis dan data empiris [36]. Ukuran kriteria *goodness-of-fit* digunakan untuk mencegah kasus *overfitting* dan memahami distribusi terbaik untuk data.

Penelitian berfokus untuk memverifikasi distribusi waktu antar keberangkatan dan jumlah keberangkatan dalam proses keberangkatan yang diangkat dalam topik ini dapat menerapkan proses Poisson. Selanjutnya, data keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir pada waktu puncak keberangkatan akan dimodelkan pada fungsi distribusi probabilitas yang sesuai untuk mendapatkan perkiraan parameter. Penggunaan distribusi probabilitas dalam topik ini dapat membantu untuk mengestimasi kejadian keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir. Estimasi tingkat keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir dapat digunakan untuk mengembangkan rencana dan kebijakan dalam mengurangi risiko hambatan dalam sistem antrean keluar lahan parkir.

2. Metodologi

Penelitian menggunakan data primer proses keberangkatan kendaraan dari lahan parkir sepeda motor Institut Teknologi Telkom (ITTelkom) Surabaya pada tanggal 27 Juni hingga 1 Juli 2022 pada pukul 16.00 - 17.00 WIB. Waktu yang dipilih adalah jam pulang kerja yang merupakan puncak keberangkatan pada hari kerja. Terdapat 996 data keberangkatan sepeda motor yang terkumpul. Waktu antar keberangkatan dihitung dari selisih waktu antara dua keberangkatan yang berurutan. Untuk pencacahan jumlah keberangkatan sepeda motor sendiri merupakan frekuensi keberangkatan sepeda motor dengan interval waktu setiap satu menit. Struktur model proses keberangkatan mengikuti struktur model antrean tunggal yang hanya terdapat satu pemberian layanan dalam setiap jenis layanan sehingga sepeda motor yang telah antri dapat langsung keluar (berangkat) dari sistem antrean satu persatu. Layanan diberikan oleh petugas parkir dalam bentuk pemeriksaan keamanan dengan menunjukkan tiket parkir atau bukti kepemilikan kendaraan.



Gambar 1. Alur metodologi penelitian

Tujuan dari penelitian ini dijawab dengan mengikuti alur metodologi yang disajikan pada Gambar 1. Langkah penyesuaian distribusi ke data waktu antar keberangkatan adalah:

1. Mendeskripsikan data menggunakan ukuran statistik klasik yaitu minimum, maksimum, median, rata-rata, standar deviasi, skewness dan kurtosis.
2. Menerapkan prosedur *bootstrap* pada ukuran skewness dan kurtosis dan menyajikan hasil pada plot skewness-kurtosis untuk membantu memilih kandidat distribusi probabilitas yang sesuai dengan data.
3. Membuat plot fungsi distribusi kepadatan dan histogram empiris dan teoritis kandidat distribusi untuk membandingkan distribusi empiris dan kandidat distribusi.
4. Membuat plot goodness-of-fit yaitu plot fungsi kerapatan kumulatif, plot P-P dan Q-Q untuk menilai kualitas kesesuaian distribusi empiris dan teoretis. Plot Q-Q membantu menilai kesesuaian pada ekor distribusi sedangkan plot P-P untuk melihat kesesuaian di pusat distribusi.
5. Membandingkan ukuran statistik goodness-of-fit dalam mengukur jarak kesesuaian antara kandidat distribusi teoritis yang dipilih dengan distribusi empiris berdasarkan ukuran statistik yang sesuai.

6. Memilih distribusi terbaik dengan mempertimbangkan ukuran AIC dan BIC.
7. Mengestimasi parameter distribusi berdasarkan metode MLE dan prosedur bootstrap.

Untuk distribusi diskrit, langkah penyesuaian distribusi dilakukan sebagai berikut:

1. Membuat plot fungsi distribusi kumulatif dan histogram empiris dan teoritis kandidat distribusi untuk membandingkan distribusi empiris dan teoritis yang dipilih.
2. Membangun tabulasi frekuensi dari data empiris.
3. Menghitung dan membandingkan statistik Chi-kuadrat untuk setiap kandidat distribusi dari tabulasi frekuensi yang sudah dibangun.
4. Memilih distribusi yang paling sesuai dengan mempertimbangkan ukuran kriteria informasi AIC dan BIC.
5. Mengestimasi parameter distribusi berdasarkan metode MLE dan prosedur bootstrap.

Pemrosesan dan visualisasi data yang digunakan untuk penelitian ini menggunakan RStudio yang merupakan lingkungan pengembangan terpadu untuk bahasa pemrograman R. Paket pemrograman R `fitdistrplus` [19] digunakan dalam proses analisa penyesuaian distribusi ke data.

3. Hasil dan Pembahasan

Analisa proses keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir sepeda motor ITTelkom Surabaya dibagi untuk variabel acak waktu antar keberangkatan dan jumlah keberangkatan. Untuk mengetahui apakah proses Poisson dapat diterapkan dalam kasus ini, langkah pertama adalah menganalisa karakteristik waktu antar keberangkatan.

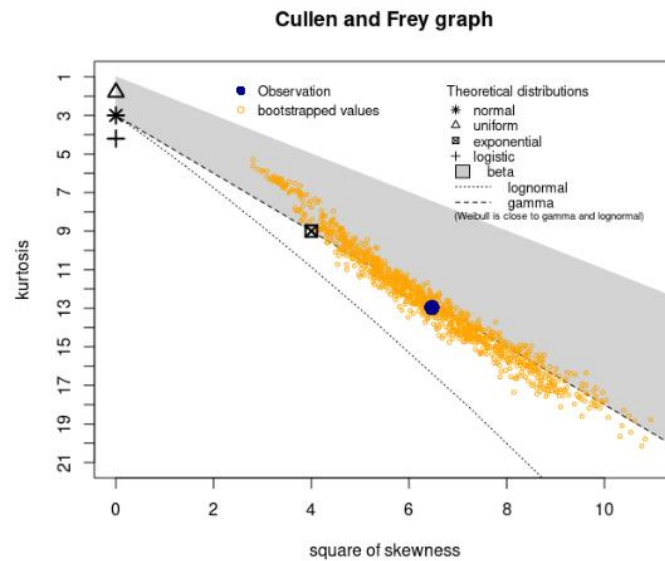
Tabel 1. Ukuran statistik waktu antar keberangkatan (dalam menit)

Minimum	Maksimum	Rata-rata	Median	Simpangan Baku	Skewness	Kurtosis
0,0167	2,9500	0,2990	0,1667	0,3532	2,5437	12,9665

Tabel 1 mendeskripsikan data waktu antar keberangkatan menggunakan statistik. Variabel waktu antar keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir ITTelkom Surabaya saat waktu puncak memiliki rata-rata 0,2990 menit dan median 0,1667 menit. Nilai rata-rata yang lebih besar daripada median menunjukkan indikasi ketidaksimetrisan pada distribusi empiris. Hal tersebut dibuktikan dengan ukuran skewness sebesar 2,5437 menunjukkan distribusi empiris menceng ke kanan atau memiliki kemencengan positif. Distribusi empiris tergolong leptokurtik dengan ukuran kurtosis lebih besar dari 3. Varians dari variabel acak ini adalah 0,1248 menit².

Berdasarkan statistika deskriptif yang disajikan pada Tabel 1, terdapat kecenderungan data empiris miring ke kanan dan leptokurtik, seperti distribusi eksponensial, Weibull,

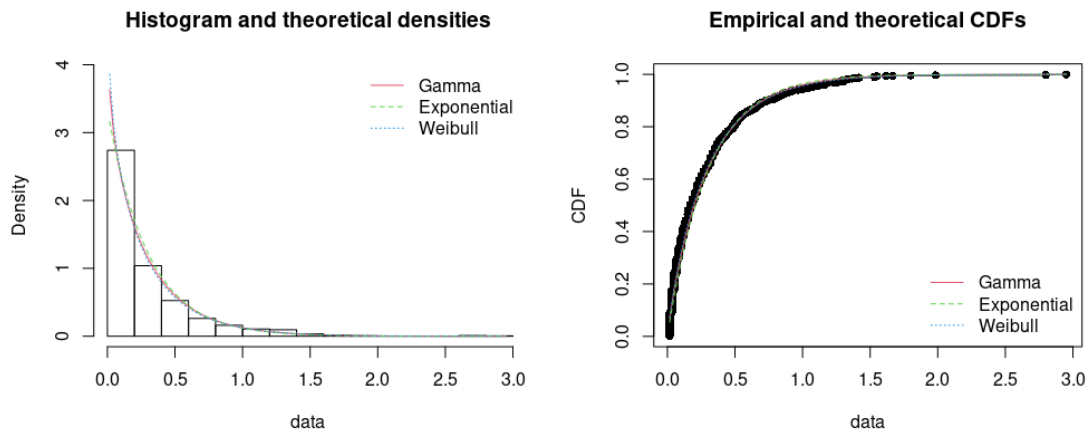
dan gamma. Prosedur bootstrap dengan 1000 iterasi dilakukan untuk menduga nilai kurtosis dan skewness yang disajikan pada Gambar 2. Hasil bootstrapping untuk mengestimasi nilai skewness dan kurtosis menyebar pada area di sekitar garis distribusi teoritis gamma. Beberapa distribusi teoritis yang terjangkau nilai bootstrap adalah distribusi eksponensial dan Weibull. Oleh karena itu, ketiga distribusi teoritis tersebut dipilih menjadi kandidat distribusi teoritis untuk menyesuaikan distribusi waktu antar kedatangan.



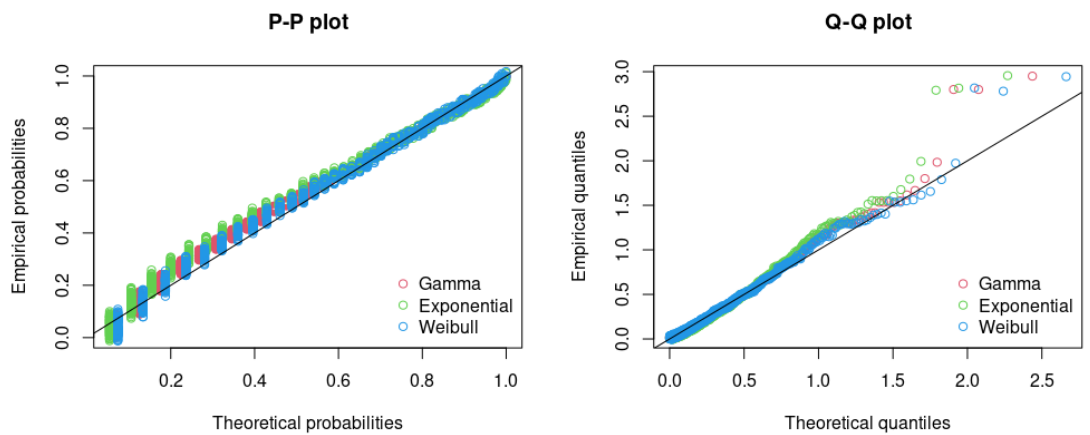
Gambar 2. Bootstrapping waktu antar keberangkatan pada grafik Cullen-Frey

Distribusi empiris yang disajikan pada Gambar 3 menunjukkan bahwa waktu antar keberangkatan paling banyak pada rentang hingga 0,2 menit. Frekuensi data terus menurun untuk waktu yang lebih lama. Distribusi positif terlihat dengan jelas dimana data mengumpul pada waktu antar keberangkatan yang lebih kecil. Nilai probabilitas kumulatif juga meningkat lebih besar pada interval yang lebih pendek seperti yang dapat dilihat dari grafik fungsi distribusi kumulatif empiris. Kurva yang terbentuk pada histogram dan plot CDF dari ketiga kandidat saling berimpitan mengikuti distribusi empiris.

Ketiga kandidat distribusi teoritis membentuk pola linear terhadap probabilitas empiris pada P-P plot. Pola linearitas terbentuk pada kuantil pertama yang disajikan melalui plot Q-Q (lihat Gambar 4). Namun menuju kuantil kedua dan seterusnya titik plot menunjukkan pola yang menyimpang dari garis linear. Ketiga kandidat distribusi teoritis cukup baik dalam menggambarkan sisi ekor kiri dari distribusi empiris. Titik kuantil dari distribusi Weibull lebih menghimpit garis jika dibandingkan kandidat lain.



Gambar 3. Histogram dan plot cdf waktu antar keberangkatan (dalam menit)



Gambar 4. Plot p-p dan q-q plot waktu antar keberangkatan

Tabel 2. Uji goodness-of-fit waktu antar keberangkatan

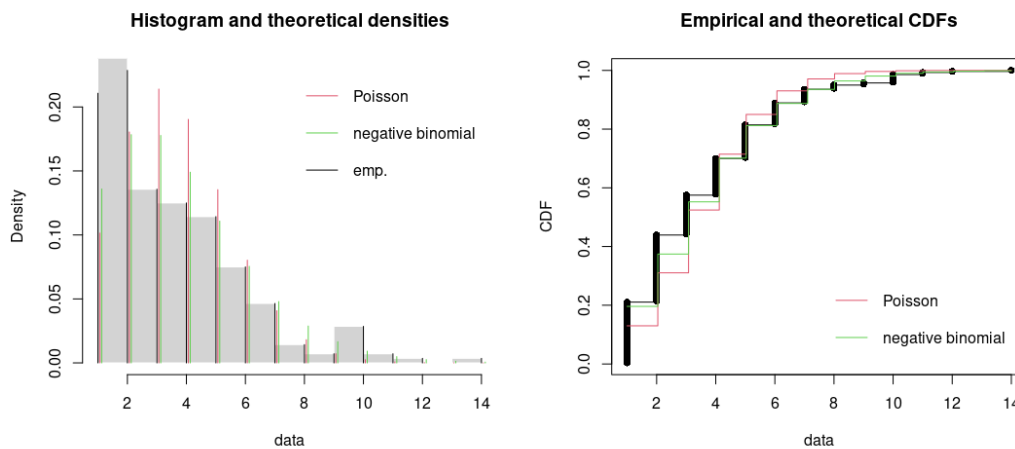
Ukuran <i>Goodness-of-Fit</i>	Distribusi Teoritis		
	Gamma	Exponensial	Weibull
<i>Statistik</i>			
Kolmogorov-Smirnov	0,0716	0,0958	0,0738
Cramer-von Mises	1,0624	2,0725	0,6475
Anderson-Darling	7,5602	12,7992	5,6647
<i>Kriteria</i>			
AIC	-414,90	-408,84	*-424,55
BIC	-405,10	-403,94	*-414,76

Perbandingan distribusi lebih lanjut dapat dilihat berdasarkan ukuran statistik dan kriteria kesesuaian yang disajikan pada Tabel 2. Distribusi teoritis gamma memiliki ukuran statistik Kolmogorov-Smirnov terkecil. Namun, distribusi teoritis Weibull lebih sering memberikan ukuran statistik dan kriteria goodness-of-fit terkecil. Terdapat cukup bukti bahwa distribusi Weibull cukup menggambarkan distribusi empiris data jika dibandingkan dengan kandidat yang diberikan.

Tabel 3. Estimasi parameter distribusi Weibull untuk data waktu antar keberangkatan

Parameter	Median	Interval Kepercayaan	
		2,5%	97,5%
Bentuk β	0,9052	0,8652	0,9537
Skala λ	0,2843	0,2647	0,3048

Estimasi parameter menggunakan metode kemungkinan maksimum menggunakan teknik bootstraps mendapatkan ukuran median dan batas interval kepercayaan 95% untuk parameter yaitu persentil ke-2,5 dan ke-97,5. Hasil pendugaan dalam bentuk interval kepercayaan untuk parameter distribusi Weibull dari variabel acak waktu antar keberangkatan disajikan pada Tabel 3. Distribusi Weibull sendiri merupakan keluarga distribusi umum gamma yang memiliki 3 parameter yaitu parameter skala λ , parameter bentuk indeks ekor β dan parameter gangguan α untuk $\alpha = 1$. Pendugaan parameter distribusi Weibull dari waktu antar keberangkatan mendapatkan $0,8652 < \beta < 0,9537$ dan $0,2647 < \lambda < 0,3048$ pada interval kepercayaan 95%. Parameter bentuk β yang memiliki nilai kurang dari 1 menunjukkan bahwa tingkat keberangkatan dalam kasus ini menurun seiring berjalannya waktu. Inferensi parameter skala λ menunjukkan bahwa rata-rata waktu untuk keberangkatan dari 63,2% sepeda motor yang ada lahan parkir diperkirakan pada interval tersebut.



Gambar 5. Histogram dan fungsi distribusi kumulatif jumlah keberangkatan

Agar proses Poisson dapat diterapkan, pencacahan jumlah keberangkatan pada proses keberangkatan bernilai non negatif integer dan dibawah asumsi memiliki distribusi Poisson. Pada kasus khusus yang telah dijelaskan pada bagian sebelumnya, distribusi jumlah keberangkatan dapat didekati dengan menggunakan distribusi binomial negatif. Oleh karena itu, bentuk distribusi kandidat yang sesuai dengan data jumlah keberangkatan yaitu distribusi Poisson dan binomial negatif. Kurva yang terbentuk pada histogram dan plot CDF (lihat Gambar 5) menunjukkan bahwa distribusi empiris lebih mendekati bentuk distribusi binomial negatif. Himpitan yang dibentuk dari distribusi teoritis binomial

negatif lebih kecil dibandingkan himpitan antara plot distribusi Poisson dengan distribusi empiris.

Tabel 4 menunjukkan bahwa probabilitas jumlah keberangkatan pada waktu puncak dibawah asumsi hipotesa mengikuti distribusi binomial negatif lebih besar daripada mengikuti distribusi Poisson berdasarkan pengujian statistik Chi-kuadrat. Perbandingan kriteria goodness-of-fit juga memberikan indikasi yang sama. Kriteria goodness-of-fit untuk distribusi binomial negatif lebih kecil dibanding distribusi Poisson. Terdapat cukup bukti bahwa distribusi binomial negatif lebih menggambarkan distribusi empiris data jumlah keberangkatan dibandingkan dengan distribusi Poisson.

Tabel 4. Data faktual dan harapan jumlah keberangkatan berdasarkan distribusi kandidat

Jumlah Keberangkatan	Frekuensi	Frekuensi Harapan	
		Poisson	Binomial Negatif
≤ 1	59	36,3918	54,8962
≤ 2	64	50,5223	49,9383
≤ 3	38	59,9050	49,7584
≤ 4	35	53,2727	41,7213
≤ 5	32	37,8997	31,0292
≤ 6	21	22,4691	21,1171
≤ 8	17	16,4949	21,4911
> 8	14	3,0445	10,0485
<i>p-value</i> Chi-kuadrat		0,0000	0,0588*
<u>Kriteria:</u>			
AIC		1256,060	1220,687*
BIC		1259,695	1227,957*

Dugaan parameter untuk distribusi binomial negatif dengan menggunakan prosedur bootstrap disajikan pada Tabel 5. Parameterisasi dari distribusi binomial negatif menggunakan parameter rata-rata μ dan ukuran r . Parameter untuk jumlah keberangkatan pada interval kepercayaan 95% didapatkan $4,1823 < r < 11,3131$ dan $3,2822 < \mu < 3,8247$. Merujuk pada penjelasan dalam [11], proses Poisson dalam kasus ini merupakan kasus overdispersi karena parameter rata-rata lebih kecil dari varians yang sebesar 5,5790 dengan indeks dispersi 2,7641 dan level overdispersi 0,1592. Probabilitas sepeda motor berangkat dari lahan parkir saat waktu puncak dalam kasus ini adalah 0,6382.

Tabel 5. Estimasi parameter distribusi binomial negatif untuk data jumlah keberangkatan

Parameter	Median	Interval Kepercayaan	
		2,5%	97,5%
Ukuran r	6,2812	4,1823	11,3131
Rata-rata μ	3,5606	3,2822	3,8247

4. Kesimpulan

Hasil yang didapatkan menunjukkan bahwa proses keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir ITTelkom Surabaya saat waktu puncak merupakan proses Poisson dengan kasus overdispersi. Waktu puncak yang dipilih dalam pengumpulan data kasus ini adalah waktu terjadinya kejadian ekstrim. Hasil penelitian selaras dengan teori nilai ekstrim yang dijelaskan sebelumnya bahwa kejadian ekstrim seringkali ditemukan kasus overdispersi.

Analisa waktu antar keberangkatan sepeda motor pada waktu puncak memberikan cukup bukti bahwa distribusi Weibull lebih menggambarkan data empiris dibanding distribusi gamma dan eksponensial. Proses pencacahan jumlah keberangkatan sepeda motor dari lahan parkir ITTelkom Surabaya saat waktu puncak menunjukkan bahwa terdapat cukup bukti bahwa distribusi binomial negatif lebih menggambarkan distribusi empiris data daripada distribusi Poisson. Dengan kata lain, kasus overdispersi pada data ini didekati menggunakan distribusi binomial negatif dengan memodelkan waktu antar kedatangan dalam distribusi Weibull. Pendugaan parameter distribusi menunjukkan bahwa tingkat keberangkatan sepeda motor terus menurun seiring waktu dimana 63,2% sepeda motor memberikan rata-rata waktu antar keberangkatan sebesar 0,2843 menit. Pengelola lahan parkir dapat menyesuaikan tingkat pelayanan pada waktu puncak keberangkatan sepeda motor mengikuti tingkat keberangkatan. Jumlah petugas keamanan yang akan memberikan layanan keamanan dapat ditingkatkan pada awal waktu puncak keberangkatan yaitu pukul 16.00 WIB sesuai dengan pola distribusi proses keberangkatan yang dihasilkan dari penelitian ini.

Untuk penelitian kedepan, estimasi parameter dapat dilakukan dengan menerapkan metode momen dan estimasi kesesuaian maksimum sebagai alternatif dengan mempertimbangkan kepekaan terhadap outlier. Selain itu, alternatif kandidat distribusi probabilitas untuk memodelkan data dapat diperbanyak lagi mengingat telah banyak modifikasi distribusi probabilitas yang dikembangkan belakangan ini.

Daftar Pustaka

- [1] R. Ashgi, S. Supian, and S. Subiyanto, "Prediction of the chances of death in covid-19 data using the poisson process," *IJGOR*, vol. 1, no. 4, pp. 151–159, 2020. [[CrossRef](#)]
- [2] M. Waris, I. Ridhayani, and Yusman, "Analisis sistem antrian penumpang di loket check-in maskapai penerbangan pesawat Garuda Indonesia Airways," *Bandar: Journal of Civil Engineering*, vol. 1, no. 1, pp. 37–47, 2018. [[CrossRef](#)]

- [3] E. Harahap, Y. Permanasari, F.H. Badruzzaman, E. Marlina, D. Suhaedi, and M. Y. Fajar, "Analisis antrian lalu lintas pada persimpangan Buah Batu – Soekarno Hatta Bandung," *Teori dan Terapan Matematika*, vol. 17, no. 2, pp. 79-85, 2018. [[CrossRef](#)]
- [4] Y. Wang, T. Liu, M. Hu, S. Alam, and V.N. Duong, "Temporal patterns underlying domestic departure passengers behavior in the airport," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 127969–127980, 2020. [[CrossRef](#)]
- [5] R. Baker and T. Kharrat, "Event count distributions from renewal processes: fast computation of probabilities," *IMA Journal of Management Mathematics*, vol. 29, no. 4, pp. 415–433, 2018. [[CrossRef](#)]
- [6] R.G. Gallager, *Discrete stochastic processes*. dalam The Kluwer international series in engineering and computer science ; Communications and information theory, no. SECS 321. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [7] F.V. Monteiro and P. Ioannou, "On-street parking prediction using real-time data," dalam *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, Maui, HI: IEEE, Nov 2018, pp. 2478–2483, 2018. [[CrossRef](#)]
- [8] V. Eminita, A. Kurnia, dan K. Sadik, "Penanganan overdispersi pada pemodelan data cacah dengan respon nol berlebih (zero-inflated)," *FBC*, vol. 5, no. 1, pp. 71, 2019. [[CrossRef](#)]
- [9] R.I. Adisti and A.K. Mutaqin, "Perhitungan premi murni pada sistem bonus malus untuk frekuensi klaim berdistribusi binomial negatif dan besar klaim berdistribusi Weibull pada data asuransi kendaraan bermotor di Indonesia," *J.Gauss*, vol. 10, no. 2, pp. 170–179, 2021. [[CrossRef](#)]
- [10] G. Barmalzan, H. Saboori, and S. Kosari, "A modified negative binomial distribution: properties, overdispersion and underdispersion:," *JSTA*, vol. 18, no. 4, pp. 343, 2019. [[CrossRef](#)]
- [11] M. Zhou and L. Carin, "Negative binomial process count and mixture modeling," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 37, no. 2, pp. 307–320, 2015. [[CrossRef](#)]
- [12] M. Baldeh, C. Samba, K. Tuffour, and A. Boya, "Poisson process and its application to the storm water overflows," *CWEEE*, vol. 05, no. 02, pp. 47–53, 2016. [[CrossRef](#)]
- [13] L. Bell and R. Wagner, "Modeling emergency room arrivals using the Poisson process," *The College Mathematics Journal*, vol. 50, no. 5, pp. 343–350, 2019.
- [14] M. Alawiyah, D. A. Johar, and B. N. Ruchjana, "Homogeneous Poisson process in daily case of covid-19," *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1722, no. 1, p. 012078, 2021. [[CrossRef](#)]

- [15] Y.-C. Low and S.-H. Ong, "Modelling of loan non-payments with count distributions arising from non-exponential inter-arrival times," *JRFM*, vol. 16, no. 3, pp. 150, Feb 2023. [[CrossRef](#)]
- [16] Sugito, R. Rahmawati, and J.K. Wardhani, "Queue theory for triangular and weibull arrival distribution models (case study of Banyumanik toll)," *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1025, p. 012125, 2018. [[CrossRef](#)]
- [17] M. Alam, K. Emura, C. Farnham, and J. Yuan, "Best-fit probability distributions and return periods for maximum monthly rainfall in Bangladesh," *Climate*, vol. 6, no. 1, p. 9, 2018. [[CrossRef](#)]
- [18] S. Valiquette, F. Mortier, J. Peyhardi, and G. Toulemonde, "Choice of mixture Poisson models based on Extreme value theory," 2022. [[CrossRef](#)]
- [19] M. L. Delignette-Muller and C. Dutang, "fitdistrplus : An R Package for fitting distributions," *J. Stat. Soft.*, vol. 64, no. 4, 2015. [[CrossRef](#)]
- [20] P.K. Langat, L.Kumar, and R. Koech, "Identification of the most suitable probability distribution models for maximum, minimum, and mean streamflow," *Water*, vol. 11, no. 4, p. 734, 2019. [[CrossRef](#)]
- [21] A. Narendra, S. Malkhamah, and B.M. Sopha, "Distribution pattern of public transport passenger in Yogyakarta, Indonesia," dipresentasikan pada Engineering International Conference (EIC2017): Proceedings of the 6th International Conference on Education, Concept, and Application of Green Technology, Semarang, Indonesia, 2018, p. 020053. [[CrossRef](#)]
- [22] O.O. Kevin, J. Matuya, and M. Nganga, "Fitting wind speed to a probability distribution using minimum distance estimation technique," *AJTAS*, vol. 10, no. 6, p. 226, 2021. [[CrossRef](#)]
- [23] A.C. Cullen and H.C. Frey, "A Handbook for Dealing with Variability and Uncertainty in Models and Inputs," dalam *Probabilistic Techniques in Exposure Assessment*, Springer New York, NY, 1999.
- [24] N. Redfern, "Modelling shot lengths of hollywood motion pictures with the dagum distribution," *Statistica*, vol. Vol 80, pp. 81-99 Pages, 2020. [[CrossRef](#)]
- [25] M.M. Zefreh and Á. Török, "Distribution of traffic speed in different traffic conditions: an empirical study in Budapest," *Transport*, vol. 35, no. 1, pp. 68–86, 2020. [[CrossRef](#)]
- [26] A.B.S. Mastor, O. Ngesa, J. Mung'atu, N.M. Alfaer, and A.Z. Afify, "The extended exponential weibull distribution: properties, inference, and applications to real-life data," *Complexity*, vol. 2022, pp. 1–13, 2022. [[CrossRef](#)]
- [27] M. Jeong, "A numerical method to obtain exact confidence intervals for likelihood-based parameter estimators," *Journal of Statistical Planning and Inference*, vol. 226, pp. 20–29, 2023. [[CrossRef](#)]

- [28] A.A. Al-Shomrani, "An improvement in maximum likelihood estimation of the gompertz distribution parameters," *J Stat Theory Appl*, vol. 22, no. 1–2, pp. 98–115, 2023. [[CrossRef](#)]
- [29] H. Cho and C. Kirch, "Bootstrap confidence intervals for multiple change points based on moving sum procedures," *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 175, p. 107552, 2022. [[CrossRef](#)]
- [30] R.R. Wilcox, *Introduction to Robust Estimation And Hypothesis Testing*, Fifth edition. London, United Kingdom San Diego, United States Cambridge, MA Oxford, United Kingdom: Academic Press, an imprint of Elsevier, 2022.
- [31] R. Azaïs, S. Ferrigno, and M.-J. Martinez, "cvmgof: an R package for Cramér–von Mises goodness-of-fit tests in regression models," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, vol. 92, no. 6, pp. 1246–1266, 2022. [[CrossRef](#)]
- [32] A.S. Dabye, Yu. A. Kutoyants, and E.D. Tanguép, "On APF test for Poisson process with shift and scale parameters," *Statistics & Probability Letters*, vol. 145, pp. 28–36, 2019. [[CrossRef](#)]
- [33] P.P. Oktaviana and Irhamah, "Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test for identifying distribution of the number of earthquakes and the losses due to earthquakes in Indonesia," *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1821, no. 1, p. 012045, 2021. [[CrossRef](#)]
- [34] M. Berlinger, S. Kolling, and J. Schneider, "A generalized Anderson–Darling test for the goodness-of-fit evaluation of the fracture strain distribution of acrylic glass," *Glass Struct Eng*, vol. 6, no. 2, pp. 195–208, 2021. [[CrossRef](#)]
- [35] H.J. Wattimanela, "Analysis of types of foreshock and aftershock earthquake distributions in 2018 in Lombok Island based on depth using the Kolmogorov-Smirnov and Chi-Squared test approaches," dipresentasikan pada The 7th International Conference On Basic Sciences 2021 (ICBS 2021), Ambon, Indonesia, p. 050008, 2023. [[CrossRef](#)]
- [36] N.S.A. Bakar, Ab H. Jabrullah, M.N.S.M.S. Jefri, M.N. Sham, and J.A. Syakira, "Count data models for outpatient health services utilisation," *BMC Med Res Methodol*, vol. 22, no. 1, p. 261, 2022. [[CrossRef](#)]