MIMS Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika 23 (1), 2023, 27 – 34
eISSN 2722-9886 pISSN 1411-6669
https://jurnal.unej.ac.id/index.php/MIMS/index

Solusi optimal masalah transportasi biaya tetap menggunakan metode pendekatan tangga

(Optimal solution of fixed cost transportation problem using stairs approach method)

Nizmi Fitri Rahayu, Fahrudin Muhtarulloh*, Dian Nuraiman

Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung
Jl. A.H. Nasution No. 105 Kec. Cibiru, Kota Bandung, Jawa Barat, Indonesia

*korespondensi: fahrudin.math@uinsgd.ac.id

Received: 19-12-2022, accepted: 04-03-2023

Abstract

One special case in transportation problems is the problem of fixed cost transportation, where in this transportation problem there are two cost components, namely fixed costs and variable costs. The difficulty encountered when solving the problem of fixed costs is caused by the behavior of these costs which do not depend on the number of units loaded/transported on the route traversed. The purpose of this study is to determine the optimal solution to the fixed cost transportation problem. This research uses Balinski's linear approach, namely the Stairs Approach Method. The case study used is unbalanced data measuring 3×8, where the fixed costs are vehicle rental costs and the variable costs are fuel. The optimal solution obtained is Rp. 11511.411.768.000,- (eleven trillion five hundred eleven million five hundred eleven billion four hundred eleven million seven hundred sixty-eight thousand rupiah). So it can be concluded that the Ladder Approach Method can be used to find the optimal solution to the fixed cost transportation problem.

Keywords: Fixed costs, transportation problems, stairs approach method, optimal solution
MSC2020: 76N25

1. Pendahuluan

Semakin berkembangnya bidang industri menyebabkan masalah transportasi menjadi salah satu permasalahan penting yang harus diperhatikan dalam menjalankan perusahaan [1]. Transportasi berguna dalam berbagai hal bagi perusahaan, beberapa di antaranya yaitu: jadwal pengiriman dari pabrik ke titik lokasi gudang ataupun titik pemasaran, penentuan lokasi pabrik/gudang, jadwal produksi, penempatan fasilitas/mesin, dan sebagainya [2]. Untuk mendapatkan laba atau keuntungan, suatu perusahaan harus dapat menghasilkan pendapatan yang lebih besar dibandingkan dengan jumlah biaya yang dikeluarkannya. Dengan begitu perusahaan perlu memahami konsep biaya untuk dapat meminimasi biaya serta maksimasi laba. Berdasarkan perilaku biaya maka biaya dikelompokkan menjadi tiga kategori. Pertama, biaya variabel yaitu biaya yang berubah seiring dengan perubahan tingkat kegiatan perusahaan. Kedua, biaya tetap merupakan biaya yang cenderung tidak berubah meskipun terdapat perubahan tingkat kegiatan perusahaan dalam batas tertentu. Ketiga, biaya semi variabel yaitu biaya yang sebagian memiliki perilaku biaya variabel dan biaya tetap [3].

Pada masalah transportasi klasik, biaya transportasi yang ada berbanding lurus dengan jumlah barang yang akan dipindahkan. Sedangkan pada masalah transportasi biaya tetap, terdapat perilaku biaya lain yaitu biaya tetap itu sendiri yang akan dibebankan untuk tiap rute transportasi, di mana perilaku biaya ini mungkin saja terjadi dalam kasus nyata di kehidupan sehari-hari [4]. Masalah biaya tetap mungkin merupakan salah satu dari pemrograman matematika yang paling menarik banyak minat untuk dikaji. Strukturnya sangat mirip dengan pemrograman linear, tetapi satu perbedaan, yaitu adanya biaya tetap pada fungsi objektifnya, mempersulit pengembangan teori untuk mencari solusinya [5].

Pada tahun 1961, saat itu Balinski [6] menunjukkan kasus khusus yaitu masalah transportasi biaya tetap dari permasalahan transportasi. Balinski mengajukan metode pendekatan untuk mendapatkan hasil yang mendekati optimal. Selanjutnya, pada tahun 1962, Kuhn [7] menggunakan pendekatan heuristik dan akhirnya menjadi metode yang cukup dikenal. Banyak pula peneliti lain yang mengembangkan metode heuristik ini, beberapa diantaranya yaitu Cooper dan Drebes [8], Diaby [9], Sun dkk. [10], Adlakha dkk. [11]. Pada tahun 1968, diajukan mengenai metode stage-ranking oleh Murty [4] dan beberapa tahun selanjutnya oleh Sadagopan dkk. [12]. Pada tahun 1970, Steinberg [5] mengajukan algoritma berdasarkan metode branch and bound. Gray [13] di tahun 1971 mencoba menemukan solusi optimal menggunakan dekomposisi. Palekar [14] juga menggunakan metode branch and bound di tahun 1990. Roberti dkk. [15] memberikan algoritma berdasarkan formulasi masalah integer yang baru. Tari [16] mengajukan hybrid dynamic programming untuk menyelesaikan mekanisme diskon pada masalah transportasi biaya tetap. Zhao dkk. [17] membentuk formulasi berdasarkan dekomposisi Lagrangian dan generasi kolom. Selain itu, masih banyak lagi peneliti yang mengkaji tentang masalah transportasi biaya tetap.

Penelitian ini bertujuan untuk mencari solusi optimal masalah transportasi biaya tetap dengan menggunakan metode pendekatan tangga yang diperkenalkan oleh Muralidaran dan Venkateswarlu [18]. Metode pendekatan tangga menggunakan metode pendekatan linier yang telah diajukan oleh Balinski untuk mencari solusi optimal masalah transportasi biaya tetap.

2. Metodologi

Masalah transportasi biaya tetap yang peniliti lakukan adalah untuk meminimumkan fungsi tujuan berikut:

$$\text{P: min } Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} + f_{ij} y_{ij} \qquad (1)$$

dengan m = jumlah sumber; n = jumlah tujuan; x_{ij}= jumlah unit yang dikirim dari sumber *i* sampai tujuan *j*; c_{ij} = biaya pengiriman unit dari sumber *i* sampai tujuan *j*; dan f_{ij}= biaya tetap (fixed cost) untuk pengiriman dari sumber i sampai tujuan j.

Dalam penelitian ini metode yang digunakan adalah metode pendekatan tangga. Tahapan-tahapan dalam metode ini adalah sebagai berikut [18]:

(1) Cari minimum dari tiap baris dan kurangi dengan entri baris masing-masing. Dari hasil tersebut, cari minimum kolom dan kurangi dengan entri kolom masing-masing.
(2) Bentuk tabel penjatahan dengan memeriksa tiap baris persediaan harus kurang dari atau sama dengan total persediaan di mana biaya yang tereduksi pada baris tersebut adalah nol. Gunakan cara yang sama untuk kolom permintaan. Lanjut ke langkah 6 jika telah memenuhi. Jika tidak, lanjut ke langkah 4.
(3) Dari tabel transportasi tereduksi, untuk menutupi nilai nol, gambarkan jumlah minimum dari garis vertikal dan horizontal, sedemikian sehingga untuk entri kolom/dan baris yang belum memenuhi syarat tabel penjatahan.
(4) Cari nilai terkecil dari sel yang tidak tertutup garis dan tambahkan pada sel yang tertutupi dua kali, kurangi dengan sel yang tidak tertutup dan biarkan sel yang tertutup satu kali. Kemudian lanjut ke langkah 3.
(5) Pada tabel penjatahan, pilih sel yang mempunyai biaya maksimum yang tereduksi, yaitu nilai nol (misalkan λ_{ij}). Pilih salah satu jika terdapat beberapa nilai maksimum.
(6) Pilih sel pada baris ke-i dan kolom ke-j dari sel λ_{ij} sedemikian sehingga baris/kolom yang terpilih hanya memiliki satu nol. Alokasikan maksimum yang memungkinkan pada sel tersebut. Cari nilai maksimum selanjutnya jika sel tersebut tidak terjadi pada λ_{ij} dan pilih sebagai λ_{ij} baru.
(7) Ubah kembali tabel biaya tetap dengan menghapus titik persediaan yang telah digunakan dan titik tujuan yang telah dicapai.
(8) Ulagi langkah 6 dan 7 sampai seluruh titik permintaan dan titik persediaan telah hilang.

3. Hasil dan Pembahasan

Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah data yang didapat dari jurnal Venn Y. I. Ilwaru, Yopi Andry Lesnussa, Jesica Tentua, "Optimasi Biaya Distribusi Beras Miskin (RASKIN) Menggunakan Masalah Transportasi Tak Seimbang". BAREKENG: Jurnal

Ilmu Matematika dan Terapan tahun 2020. Kasus minimasi tidak seimbang (*unbalance*) berukuran 3×8 [19]. Data tersebut berkaitan dengan penyaluran RASKIN yang berada di pulau Ambon pada bulan Januari tahun 2017. Dalam proses pendistribusian RASKIN ini, pertimbangkan bahwa pemerintah menggunakan jasa sewa kendaraan untuk mengangkut dan mendistribusikan beras dari sejumlah sumber ke sejumlah lokasi yang ada. Sumber yang dimaksud adalah Gudang Beras Bulog Solabar, Gudang Beras Bulog Halong, Gudang Beras Bulog Tulehu, masing-masing dinotasikan dengan S1, S2, dan S3. Sedangkan tujuan pendistribusian adalah Kec. Nusaniwe, Kec.Sirimau, Kec. Teluk Ambon, Kec. Baguala, Kec. Leitimur Selatan, Kec.Leihitu, Kec. Leihitu Barat, dan Kec. Salahutu yang masing-masing dinotasikan dengan D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, dan D8. Kendaraan yang digunakan dalam proses pengiriman yaitu truk dengan kapasitas muatan maksimal 10 ton. Dengan mempertimbangkan jumlah persediaan dan permintaan, maka jumlah kebutuhan truk dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Kebutuhan truk} = \begin{cases} \dfrac{\text{persediaan}}{\text{kapasitas truk}}\ ; \text{permintaan} > \text{persediaan}, \\ \dfrac{\text{permintaan}}{\text{kapasitas truk}}\ ; \text{permintaan} < \text{persediaan}. \end{cases}$$

Kebutuhan truk di atas merupakan kebutuhan selama 1 bulan pengiriman. Dalam sehari, satu truk mampu melakukan pengiriman RASKIN sebanyak satu kali termasuk perjalanan keberangkatan dan kembalinya truk ke gudang. Sehingga jumlah minimal truk yang dibutuhkan dalam sebulan diperoleh dari pembagian kebutuhan truk dengan banyaknya hari selama satu bulan (31 hari). Biaya sewa kendaraan yaitu sebesar Rp 25.000.000/unit selama satu bulan. Sehingga total biaya sewa kendaraan adalah:

$$\text{Biaya sewa kendaraan} = \text{jumlah minimal truk x biaya sewa per unit.}$$

Selain biaya sewa kendaraan, terdapat pula biaya lain yaitu biaya bahan bakar. Biaya ini dihitung mulai dari perjalanan keberangkatan sampai kembali ke gudang. Selanjutnya, untuk 1 liter solar dapat digunakan oleh truk selama 3 km dengan harga Rp. 5.500. Perhitungan matematis untuk total biaya bahan bakar yaitu:

$$\text{Biaya bahan bakar} = \text{jumlah truk } \times \text{jarak } \times \text{harga 1 liter solar} \times 31.$$

Dari perhitungan sebelumnya dapat dibentuk tabel parameter biaya dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$$(f_{ij}; c_{ij}) = (\text{biaya sewa kendaraan}, \text{biaya bahan bakar}).$$

Tabel 1. Tabel parameter biaya transportasi $(f_{ij}; c_{ij})$

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	*Supply*
S1	50.000; 767	75.000; 2.826	50.000; 3.832	50.000; 5.109	25.000; 4.311	50.000; 11.815	25.000; 6.227	50.000; 9.579	1.332.634
S2	50.000; 2.331	75.000; 1.533	50.000; 1.916	50.000; 2.268	25.000; 2.874	50.000; 9.899	25.000; 5.269	50.000; 6.706	1.461.624
S3	50.000; 8.622	75.000; 11.016	50.000; 7.025	50.000; 3.832	25.000; 3.672	50.000; 12.772	25.000; 7.823	50.000; 511	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	

* *biaya dalam ribuan*

Dari Tabel 1, dibentuk tabel balinski RTP menggunakan persamaan 8 dengan hasil diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Tabel balinski rtp (D_{ij}) untuk metode pendekatan tangga

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	*Supply*
S1	767,083	2.826,119	3.832,135	5.109,159	4.311,226	11.815,083	6.227,1	9.579,142	1.332.634
S2	2.331,083	1.533,119	1.916,135	2.268,159	2.874,226	9.899,083	5.269,1	6.706,142	1.461.624
S3	8.622,083	11.016,119	7.025,135	3.832,159	3.672,226	12.772,083	7.823,1	511,142	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	

Karena studi kasus ini merupakan kasus tidak seimbang (*unbalanced*), dengan kata lain jumlah total *supply* ≠ jumlah total *demand*, maka perlu adanya penambahan variabel dummy. Setelah mengurangi tiap baris dan kolom dengan nilai minimum masing-masing, diperoleh tabel transportasi yang telah tereduksi sebagai berikut.

Tabel 3. Tabel transportasi tereduksi

Tujuan Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	Dummy	Supply
S1	0	1.293	1.916	2.841	1.437	1.916	958	9.068	0	1.332.634
S2	1.564	0	0	0	0	0	0	6.195	0	1.461.624
S3	7.855	9.483	5.109	1.564	798	2.873	2.544	0	0	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	390.853	

Dapat dilihat pada Tabel 3 bahwa tabel tersebut tidak memenuhi syarat dari tabel penjatahan pada S1 dan S3. Oleh karena itu, lanjut ke langkah berikutnya yaitu langkah 4-5 hingga diperoleh tabel penjatahan yang dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Tabel penjatahan

Tujuan / Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	*Dummy*	*Supply*
S1	0	0	623	1.548	639	623	0	9.068	0	1.332.634
S2	2.857	0	0	0	495	0	335	7.488	1.293	1.461.624
S3	7.855	8.190	3.816	271	0	1.580	1.586	0	0	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	390.853	

Selanjutnya, alokasikan maksimum yang memungkinkan pada sel dengan entri nol. Setelah total permintaan dan total persediaan telah habis dialokasikan, maka tabel tersebut dapat dinamakan sebagai tabel alokasi yang dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Tabel alokasi

Tujuan / Sumber	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	*Dummy*	*Supply*
S1	603.900	451.056	0	0	0	0	250.560	0	27.118	1.332.634
S2	0	178.944	369.540	313.740	0	599.400	0	0	0	1.461.624
S3	0	0	0	0	110.520	0	0	351.540	363.735	825.795
Demand	603.900	630.000	369.540	313.740	110.520	599.400	250.560	351.540	390.853	

Dari Tabel 5, dapat disimpulkan bahwa untuk mendapatkan solusi optimal, alokasi untuk pendistribusian RASKIN yaitu: Sumber S1 perlu mengirimkan RASKIN sebanyak 603.900 kg ke tujuan D1, 451.056 kg ke tujuan D2, dan 250.560 kg ke tujuan D7. Sumber S2 perlu mengirimkan RASKIN sebanyak 178.944 kg ke tujuan D2, 369.540 kg ke tujuan D3, 313.740 kg ke tujuan D4 dan 599.400 kg ke tujuan D6. Sumber S3 perlu mengirimkan RASKIN sebanyak 110.520 kg ke tujuan D5 dan 351.540 kg ke tujuan D8. Selain itu, perlu diingat bahwa variabel dummy tidak dihitung. Dengan menggunakan persamaan (1) diperoleh solusi optimal untuk masalah transportasi biaya tetap menggunakan metode pendekatan tangga yaitu sebesar Rp 11.511.411.768.000,-.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang sudah dikerjakan sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa metode pendekatan tangga dapat menyelesaikan masalah transportasi biaya tetap dan menghasilkan solusi yang optimal. Hasil yang diperoleh dari metode pendekatan tangga yaitu biaya minimum sebesar Rp 11.511.411.768.000,-.

Daftar Pustaka

[1] D.J. Bowersox, D.J. Closs, M.B. Cooper, *Supply Chain Logistics Management*, New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 2002.

[2] A. Meflinda, Mahyarni, *Operations Research* (*Riset Operasi*), Pekanbaru: Unri Press, 2011.

[3] W. Winarso, "Pengaruh biaya operasional terhadap profitabilitas (ROA) PT Industri Telekomunikasi Indonesia (Persero)," *Ecodemica*, vol. II, no. 2, pp. 258-272, 2014. [CrossRef]

[4] K.G. Murty, "Solving the fixed charge problem by ranking the extreme points," *Operations Research*, vol. 16, pp. 268-279, 1968. [GreenVersion]

[5] D.I. Steinberg, "The fixed charge problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 17, pp. 217-235, 1970. [CrossRef]

[6] M.L. Balinski, "Fixed-cost transportation problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 8, pp. 41-54, 1961. [CrossRef]

[7] H.W. Kuhn, W.J. Baumol, "An approximation algorithm for the fixed charge transportation problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 9, pp. 1-15, 1962. [GreenVersion]

[8] L. Cooper, C. Drebes, "An approximate algorithm for the fixed charge problem," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 14, no. 1, pp. 101-113, 1967. [CrossRef]

[9] M. Diaby, "Successive linear approximation procedure for generalized fixed-charge transportation problems," *Journal of Operational Research Society*, vol. 42, pp. 991-1001, 1991. [CrossRef]

[10] M. Sun, J.E. Aronson, P.G. McKeown, D. Drinka, "A tabu search heuristic procedure for the fixed charge transportation problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 106, no. 2-3, pp. 441-456, 1998. [CrossRef]

[11] V. Adlakha, K. Kowalski, B. Lev, "A branching method for the fixed charge transportation problem," *Omega*, vol. 38, no. 5, pp. 393-397, 2010. [CrossRef]

[12] S. Sadagopan, A. Ravindran, "A vertex ranking algorithm for the fixed-charge problem," *Journal of Optimization Theory and Application* , vol. 37, pp. 221-230, 1982. [CrossRef]

[13] P. Gray, "Exact solution of the fixed-charge transportation problem," *Operations Research*, vol. 19, pp. 1529-1538, 1971.

[14] U.S. Palekar, M.H. Karwan, S. Zionts, “A branch-and-bound method for the fixed charge transportation problem,” *Management Science*, vol. 36, no. 9, pp. 1092-1105, 1990. [GreenVersion]

[15] R. Roberti, E. Bartolini, A. Mingozzi, "The fixed charge transportation problem: An exact solution algorithm based on a new integer programming formulation," *Management Science*, vol. 61, no. 6, 2014. [GreenVersion]

[16] F.G. Tari, "A hybrid dynamic programming for solving fixed cost transportation with discounted mechanism," *Journal of Optimization*, pp. 1-9, 2016. [CrossRef]

[17] Y. Zhao, T. Larsson, E. Ronberg, P.M. Pardalos, "The fixed charge transportation problem: a strong formulation based on Lagrangian decomposition and column generation," *Journal of Global Optimization*, vol. 72, pp. 517-538, 2018. [CrossRef]

[18] C. Muralidaran, B. Venkateswarlu, "Optimal solution of fixed cost transportation problems by approximating staircase method," *Advances in Mathematics: Scientific Journal*, vol. 9, no. 8, pp. 6049-6058, 2020.

[19] V.Y.I. Ilwaru, Y.A. Lesnussa, J. Tentua, "Optimasi biaya distribusi beras miskin (raskin) menggunakan masalah transportasi tak seimbang," *BAREKENG: Jurnal Matematika dan Terapan*, vol. 14, no. 4, pp. 609-618, 2020. [CrossRef]