

MODELISASI PIALA DENGAN PENGGABUNGAN HASIL DEFORMASI BENDA GEOMETRI RUANG

(Modeling of Cup by Combining the Deformation of Space Geometry)

Nurika Heidianti Putri, Kusno, Bagus Juliyanto

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Jember
Jl. Kalimantan 37 Jember 68121, Indonesia
E-mail: kusno.fmipa@unej.ac.id, bagus.fmipa@unej.ac.id

Abstract. The cup is given to someone as a sign of appreciation and a gift of achievement. In general, the cup consists of the top, the middle, and the base. This research aims to obtain various forms of the design of cup that varied by merging the deformation results of solid geometry objects. This research method is divided into several stages. First, construct some basic objects as constituent components of cup from deformation of prism hexagon, tube, and cone. Second, set some basic objects of the component of cup on three types of modeling axis. Third, arrange program using software Maple 18. The results of this research obtained the procedure for designing various forms of constituent components of cup from the basic object of a prism hexagon, tube, and cone. Furthermore, the procedure for assembling the components of cup from the first procedure results on three types of modeling axis.

Keywords: Cup, Defomation, Prism Hexagon, Tube, Cone

MSC 2010: 51A05

1. Pendahuluan

Piala biasanya diberikan kepada seseorang sebagai tanda peringatan dan hadiah pemenang perlombaan. Piala secara umum terdiri dari 3 bagian yaitu bagian atas, bagian tengah, dan bagian alas. Model piala pada umumnya masih memiliki kekurangan tampilan bentuk, contohnya bagian alas yang terdiri dari benda ruang seperti tabung, kubus, atau balok saja sehingga tampilannya terkesan monoton dan kurang variatif dibagian bawahnya.

Membangun suatu bentuk benda pada bidang geometri dapat dilakukan dengan berbagai teknik diantaranya menggunakan bantuan teknik penggeseran kurva, permukaan putar ataupun deformasi dari bentuk benda standar. Teknik deformasi telah dibahas oleh beberapa peneliti sebelumnya untuk membangun beberapa benda seperti knop, botol parfum, dan lampu duduk. Pada penelitian-penelitian tersebut hasil yang didapat hanya berupa lengkung tunggal yaitu lengkung cekung dan lengkung cembung pada sisi-sisi tegak saja sehingga hasilnya terlihat monoton dan kurang bervariasi. Sedangkan pada

penelitian teko, penelitian hanya dilakukan pada bagian utama teko sehingga tidak didapatkan model teko yang utuh.

Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini dimaksudkan untuk memodelisasi bentuk piala dengan memanfaatkan teknik-teknik penggabungan dan deformasi bangun ruang prisma segi enam beraturan, tabung, dan kerucut dengan menggunakan model tiga sumbu pemodelan (vertikal-vertikal-vertikal) yang belum pernah diteliti oleh peneliti-peneliti sebelumnya. Pemilihan bangun ruang tersebut dikarenakan memperhatikan kesimetrisan bangun yang akan dihasilkan, selain itu kerucut belum pernah digunakan sebelumnya pada teknik deformasi.

2. Metodologi

Metode penelitian yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan modelisasi piala diuraikan sebagai berikut.

1. Membangun beberapa benda dasar sebagai komponen penyusun piala dari deformasi prisma segi enam beraturan, tabung, dan kerucut.
2. Merangkai beberapa beberapa benda dasar komponen piala pada tiga jenis sumbu pemodelan.
3. Menyusun validasi programasi untuk memodelisasi piala tersebut dengan bantuan *software* Maple 18.

3. Hasil dan Pembahasan

Modelisasi Komponen Dasar Piala

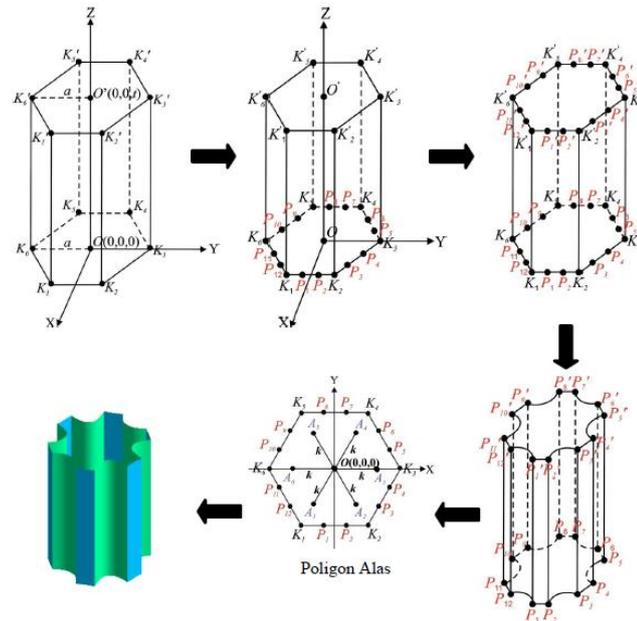
1. Deformasi Prisma Segi enam Beraturan

Diberikan prisma segi enam beraturan dengan koordinat pasangan titik ujung-titik ujung rusuk $[K_i(x_i, y_i, z_i)], [K'_i(x_i, y_i, z_i + t)]$ dengan $i = 1, 2, \dots, 6$ dan tinggi prisma (t) yaitu $5 \leq t \leq 30$ satuan. Jarak titik berat ke titik sudut poligon segi enam beraturan (a) yaitu $3 \leq a \leq 30$ satuan. Selanjutnya dilakukan deformasi prisma dengan langkah-langkah sebagai berikut.

a. Pola Bunga

- 1) Menetapkan titik-titik $P_i (i = 1, 2, \dots, 12)$ pada sisi-sisi alas prisma sedemikian sehingga setiap sisi terbagi menjadi 3 bagian saling kongruen.
- 2) Titik-titik $P_i (i = 1, 2, \dots, 12)$ ditranslasikan searah $\langle 0, 0, t \rangle$ dan diperoleh titik-titik $P'_i (i = 1, 2, \dots, 12)$.
- 3) Membangun kurva Bezier kuadrat pada titik-titik yang bersisian dengan titik $K_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ pada tutup bawah dan $K'_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ pada tutup atas.

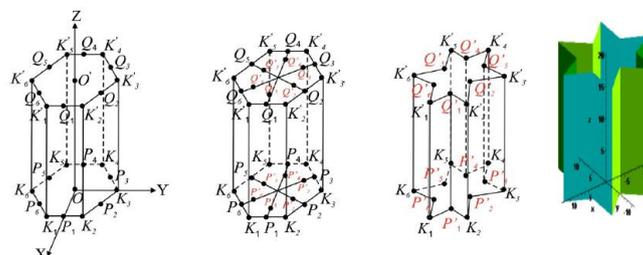
4) Menginterpolasikan masing-masing kurva batas.



Gambar 1. Deformasi prisma segi enam beraturan dengan pola bunga

b. Pola Bintang

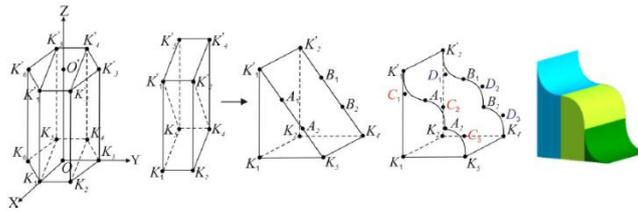
- 1) Menetapkan titik tengah-titik tengah sisi alas prisma yaitu $P_i (i = 1, 2, \dots, 6)$.
- 2) Titik-titik P_i ditranslasikan searah $\langle 0, 0, t \rangle$ dan diperoleh titik-titik $Q_i (i = 1, 2, \dots, 6)$.
- 3) Ditarik segmen $\overline{P_i P_{i+3}}$ dan $\overline{Q_i Q_{i+3}}$ untuk $i = 1, 2, 3$.
- 4) Menentukan titik-titik P'_i dan $Q'_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ pada segmen $\overline{P_i P_{i+3}}$ dan $\overline{Q_i Q_{i+3}}$.
- 5) Ditarik segmen garis dari masing-masing titik yang bertetangga dengan P'_i dan Q'_i terhadap titik ujung-titik ujung prisma.
- 6) Menginterpolasikan masing-masing segmen batas.



Gambar 2. Deformasi prisma segi enam beraturan dengan pola bintang

c. Pola Gypsum

- 1) Memotong prisma menjadi 2 bangun yang kongruen dan 1 bangun prisma segi empat
- 2) Pada prisma segi empat ditarik bidang diagonal sehingga diperoleh dua bangun yang saling kongruen ($K_1K_2K_4K_5K'_1K'_2$ dan $K_4K_5K'_1K'_2K'_4K'_5$). Selanjutnya, misalkan pada bangun $K_1K_2K_4K_5K'_1K'_2$, membagi segmen $\overline{K_5K'_1}$ dan $\overline{K_4K'_2}$ masing-masing menjadi 3 bagian yang saling kongruen.
- 3) Membangun 6 kurva Bezier kuadratik pada segmen $\overline{K_5K'_1}$ dan $\overline{K_4K'_2}$.
- 4) Menginterpolasikan masing-masing kurva batas.



Gambar 3. Deformasi prisma segi enam beraturan dengan gipsium

2. Deformasi Tabung

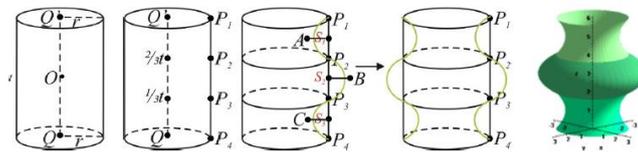
Diberikan tabung dengan jari-jari $2 \leq r \leq 30$ satuan, tinggi $5 \leq t \leq 30$ satuan, dengan tutup bawah dan tutup atas masing-masing berpusat di titik $Q(0,0, -1/2 t)$ dan $Q'(0,0, -1/2 t)$. Berdasarkan data tersebut didesain beberapa bentuk komponen dasar piala dengan teknik deformasi tabung sebagai berikut.

a. Pola Segmentasi Vertikal

Deformasi dengan pola segmentasi vertikal dibagi menjadi 2 macam kasus, yaitu kasus 3 bagian dan 5 bagian, caranya yaitu seperti berikut :

1) Kasus 3 bagian

Menetapkan segmen $\overline{P_1P_4}$, diambil titik P_2 dan P_3 , sedemikian sehingga segmen terbagi menjadi 3 bagian berukuran sama. Dari P_1 ke P_2 , P_2 ke P_3 , dan P_3 ke P_4 di bangun kurva Bezier kuadratik. Kemudian putar kurva Bezier kuadratik terhadap sumbu Z.

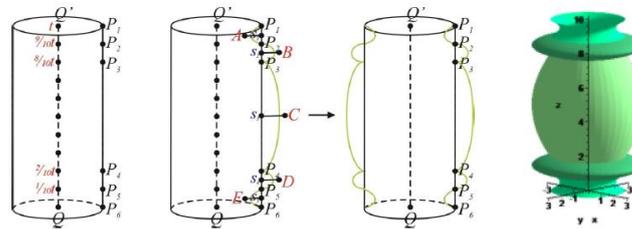


Gambar 4. Deformasi tabung dengan pola segmentasi vertikal kasus 3 bagian

2) Kasus 5 bagian

Menetapkan segmen $\overline{P_1P_6}$, diambil titik P_2, P_3, P_4 , dan P_5 sedemikian sehingga segmen terbagi menjadi 5 bagian dengan masing-masing $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_4P_5}$, dan $\overline{P_5P_6}$ berukuran $1/10t$ dan $\overline{P_3P_4}$ berukuran $6/10t$. Dari P_1 ke P_2, P_2 ke P_3, P_3 ke P_4, P_4 ke

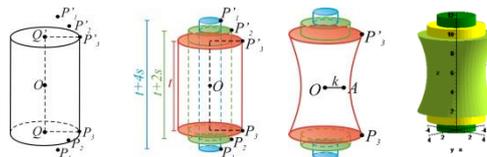
P_5 , dan P_5 ke P_6 di bangun kurva Bezier kuadrat. Kemudian putar kurva Bezier kuadrat terhadap sumbu Z.



Gambar 5. Deformasi tabung dengan pola segmentasi vertikal kasus 5 bagian

b. Pola Tingkat

Menetapkan titik $P_1, P_2, P_3, P'_1, P'_2$, dan P'_3 pada bagian tutup tabung. Dibangun 2 tabung dengan jari-jari masing-masing di titik P_1 dan P'_1 serta P_2 dan P'_2 . Dari P_3 ke P'_3 di bangun kurva Bezier kuadrat dengan titik awal, titik kontrol, dan titik akhir kurva yaitu P_3, A , dan P'_3 . Kemudian putar kurva Bezier kuadrat terhadap sumbu Z.



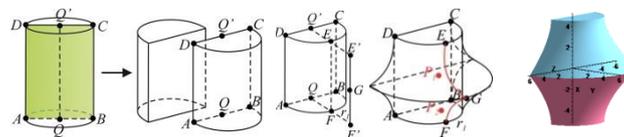
Gambar 6. Deformasi Tabung dengan Pola Tingkat

c. Pola Lempeng

Ditarik bidang $ABCD$ sedemikian sehingga diperoleh 2 bangun yang kongruen. Ditarik segmen garis \overline{EF} pada selimut tabung kemudian ditranslasikan searah $\langle x + r_1, y, z \rangle$ sedemikian sehingga diperoleh segmen $\overline{E'F'}$. Kemudian pada segmen diambil dengan masing-masing posisi didefinisikan sebagai titik

$$G(tX_{E'} + (1 - t)X_{F'}, tY_{E'} + (1 - t)Y_{F'}, tZ_{E'} + (1 - t)Z_{F'}).$$

Dari E ke G dan F ke G di bangun kurva Bezier kuadrat dengan titik kontrol masing-masing P_1 dan P_2 . Selanjutnya putar kurva Bezier kuadrat terhadap sumbu Z dengan $0 \leq v \leq \pi$.



Gambar 7. Deformasi tabung dengan lempeng

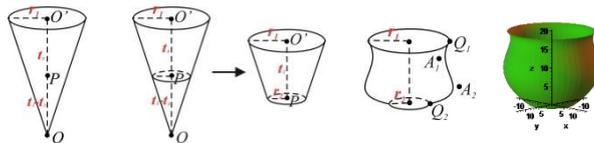
3. Deformasi Kerucut

Diberikan kerucut terbalik dengan jari-jari $2 \leq r \leq 30$ satuan, tinggi $5 \leq t \leq 30$ satuan, titik puncak $O(0,0,0)$ dan titik pusat alas $O'(0,0,t_1)$. Berdasarkan data tersebut didesain

beberapa bentuk komponen dasar piala dengan teknik deformasi kerucut sebagai berikut.

a. Pola Mangkuk

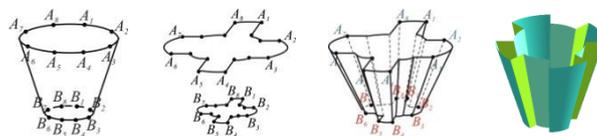
Diambil titik P pada segmen sedemikian sehingga terbagi menjadi 2 bagian. Membangun lingkaran l_1 dengan titik pusat P dan jari-jari r_2 , dengan sedemikian sehingga diperoleh keratan kerucut (lingkaran l_1 sebagai alas dan lingkaran l_2 sebagai puncak). Pada lingkaran l_1 dan l_2 ambil titik $Q_1(r_1, r_1, z_1)$ dan $Q_2(r_2, r_2, z_2)$ dimana $z_1 = t_1$ dan $z_2 = t - t_2$. Membangun kurva Bezier kubik pada permukaannya. Selanjutnya putar kurva Bezier kubik terhadap sumbu Z .



Gambar 8. Deformasi kerucut dengan pola mangkuk

b. Pola Kincir

Dari perlakuan (3.a), menetapkan titik $A_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ dan $B_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ masing-masing pada lingkaran l_2 dan l_1 sedemikian sehingga lingkaran terbagi menjadi 8 bagian yang kongruen. Dilatasi busur lingkaran l_2 pada titik A_1 ke A_8 , A_2 ke A_3 , A_4 ke A_5 , A_6 , dan ke A_7 sebesar $1/2 r_1$. Perlakuan yang sama pada lingkaran l_1 . Di bangun kurva lingkaran pada titik B_1 ke B_8 , B_2 ke B_3 , B_4 ke B_5 , B_6 , dan ke B_7 ke arah luar atau dalam lingkaran. Kemudian menginterpolasikan masing-masing kurva batas.



Gambar 9. Deformasi kerucut dengan pola tambah

Perangkaian Komponen Penyusun Piala pada Sumbu Pemodelan

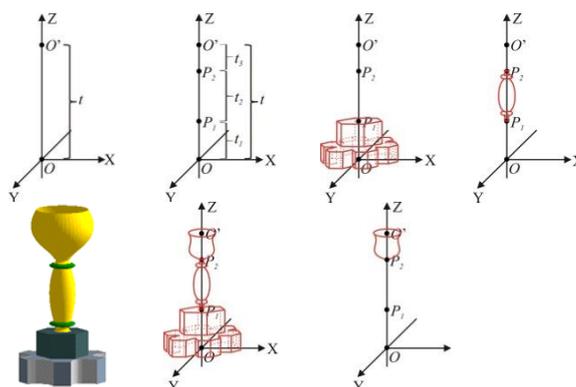
Uraian detail dari penyelesaian permasalahan sumbu pemodelan dijelaskan sebagai berikut.

1. Model Piala dengan Satu Sumbu Pemodelan

Misalkan diberikan sumbu vertical $\overline{OO'}$. Nilai t diambil dalam interval $30 \leq t \leq 90$ satuan. Berdasarkan data tersebut perangkaian model piala dengan satu sumbu dijelaskan seperti berikut.

- a. Bagi sumbu $\overline{OO'}$ menjadi 3 bagian sebagai sumbu bagian alas, bagian tengah, dan bagian atas dengan perbandingan tinggi masing-masing bagian $t_1 : t_2 : t_3$ dengan $t_1 = \alpha_1 t$; $t_2 = \beta_2 t$; dan $t_3 = t - t_1 - t_2$.
- b. Isi bagian $\overline{OP_1}$, $\overline{OP_2}$, dan $\overline{P_2O'}$ dengan benda-benda dasar komponen piala dengan langkah pengisian sebagai berikut.

1. Pada bagian $\overline{OP_1}$, mengisi bagian alas piala menggunakan kombinasi 2 benda dasar dengan variasi benda dasar tabung, prisma segi enam beraturan dan hasil deformasi dua bangun tersebut.
 2. Pada bagian $\overline{OP_2}$, mengisi bagian tengah piala dengan variasi yang terdiri dari satu benda dasar atau dua benda dasar yaitu benda tabung dan prisma segi enam beraturan. Pada bagian $\overline{P_2O'}$, mengisi bagian atas piala dengan variasi benda prisma segi enam beraturan, tabung, dan kerucut.
- c. Gabungkan ketiga bagian piala dengan satu sumbu pemodelan.



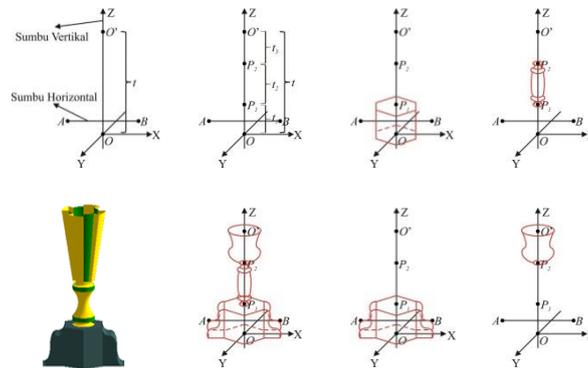
Gambar 10. Model piala dengan satu sumbu pemodelan

2. Model Piala dengan Dua Sumbu Pemodelan

Misalkan diberikan sumbu vertical $\overline{OO'}$ dan sumbu horizontal \overline{AB} dengan tinggi sumbu vertikal dalam interval $30 \leq t \leq 90$ satuan dan panjang sumbu horizontal dalam interval $l = 2r_1$, dengan $r_1 = \alpha t_1$ cm, $1/4 \leq \alpha_1 \leq 3/4$. Berdasarkan data tersebut perangkaian model piala dengan dua sumbu dijelaskan sebagai berikut.

- a. Bagi sumbu $\overline{OO'}$ menjadi 3 bagian sebagai sumbu bagian alas, bagian tengah, dan bagian atas dengan perbandingan tinggi masing-masing bagian $t_1 : t_2 : t_3$ dengan $t_1 = \alpha_1 t$; $t_2 = \beta_2 t$; dan $t_3 = t - t_1 - t_2$.
- b. Isi bagian $\overline{OP_1}$, $\overline{OP_2}$, dan $\overline{P_2O'}$ dengan benda-benda dasar komponen piala dengan langkah pengisian sebagai berikut.
 1. Pada bagian $\overline{OP_1}$, membangun bagian alas pada sumbu vertikal dengan prisma segi enam beraturan.
 2. Pada bagian $\overline{OP_2}$, membangun bagian tengah piala dengan variasi bentuk yang terdiri dari 1 benda dasar atau bentuk yang terdiri dari 2 benda dasar, yaitu benda dasar prisma segi enam beraturan, tabung, dan hasil deformasi prisma dan tabung.
 3. Pada bagian $\overline{P_2O'}$, membangun bagian atas piala dengan variasi benda prisma segi enam beraturan, tabung, dan kerucut.
- c. Pada sumbu \overline{AB} , membangun bagian alas piala dengan titik pusat di A dan B sepanjang l satuan dengan variasi benda hasil deformasi prisma segi enam beraturan dan tabung.

d. Gabungkan ketiga bagian piala dengan dua sumbu pemodelan.

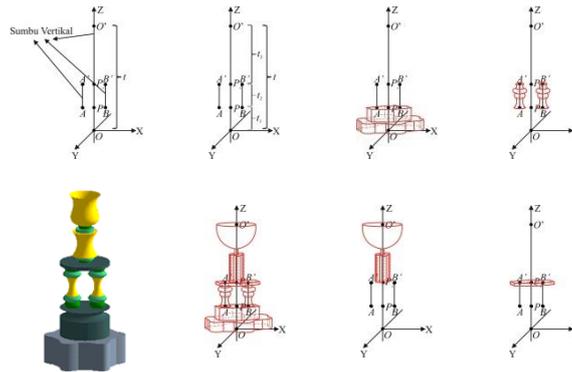


Gambar 11. Model piala dengan dua sumbu pemodelan

3. Model Piala dengan Tiga Sumbu Pemodelan

Diberikan sumbu vertical $\overline{OO'}$, $\overline{AA'}$, dan $\overline{BB'}$ dengan koordinat titik ujung-titik ujung $O(0,0,0)$, $O'(0,0,t)$, $A(-p,0,t_1)$, $A'(-p,0,1/2 t_2)$, $B(p,0,t_1)$, dan $B'(p,0,1/2 t_2)$. Nilai t dalam interval $55 \leq t \leq 90$ satuan dan $p = 1/2 r_1$. Berdasarkan data tersebut dilakukan perangkaian model piala dengan tiga sumbu dijelaskan sebagai berikut.

- Bagi sumbu $\overline{OO'}$ menjadi 3 bagian sebagai sumbu bagian alas, bagian tengah, dan bagian atas dengan perbandingan tinggi masing-masing bagian $t_1 : t_2 : t_3$ dengan $t_1 = \alpha_1 t$; $t_2 = \beta_2 t$; dan $t_3 = t - t_1 - t_2$.
- Pada bagian $\overline{OP_1}$, membangun bagian alas piala dengan variasi model yang terdiri dari kombinasi 2 benda dasar dengan variasi benda dasar prisma segi enam beraturan dan tabung.
- Pada bagian $\overline{P_1P_2}$, bagian tengah piala dibiarkan kosong untuk di isi oleh sumbu vertikal $\overline{AA'}$ dan $\overline{BB'}$.
- Pada sumbu $\overline{AA'}$ dan sumbu $\overline{BB'}$, membangun bagian tengah piala dengan titik pusat di A dan B dengan variasi benda dasar prisma segi enam beraturan dan tabung.
- Diantara segmen $\overline{P_1P_2}$ dan $\overline{P_2O'}$ membangun benda dasar penghubung dengan jari-jari r_1 , tinggi $2 \leq 5$ satuan dengan variasi benda dasar prisma segi enam beraturan dan tabung.
- Pada bagian $\overline{P_2O'}$, membangun bagian atas piala dengan variasi bentuk yang terdiri dari 1 benda dasar atau bentuk yang terdiri dari 2 benda dasar, yaitu benda prisma segi enam beraturan, tabung, dan hasil deformasi prisma dan tabung.
- Gabungkan ketiga bagian piala dengan tiga sumbu pemodelan.



Gambar 12. Model piala dengan tiga sumbu pemodelan

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian didapatkan bahwa untuk mendesain piala secara utuh perlu dilakukan langkah-langkah sebagai berikut. Langkah pertama membangun beragam bentuk komponen penyusun piala dari benda dasar prisma segi enam beraturan, tabung, dan kerucut, prosedurnya sebagai berikut. Menetapkan titik-titik atau pola pada masing-masing sisi atas dan sisi bawah prisma, tabung, dan kerucut. Kemudian mengoperasikan titik-titik tersebut, yaitu:

- (a) menetapkan titik kontrol untuk memperbesar atau memperkecil jari-jari atau ketinggian,
- (b) membangun segmen garis, kurva Bezier kuadratik atau kubik, dan
- (c) menginterpolasikan kurva tersebut sehingga menghasilkan bentuk komponen piala.

Langkah kedua merangkai komponen penyusun piala hasil langkah pertama pada tiga jenis model sumbu pemodelan yaitu satu sumbu pemodelan, dua sumbu pemodelan, dan tiga sumbu pemodelan, prosedurnya sebagai berikut. Pertama, membagi sumbu menjadi 3 segmen yang diperlukan sebagai sumbu bagian alas, bagian tengah dan bagian atas. Kedua, mengisi setiap bagian segmen sumbu tersebut dengan komponen penyusun piala sehingga menghasilkan model piala yang bervariasi, dengan ketentuan khusus yaitu:

- (a) bagian alas sumbu vertikal model dua sumbu hanya dapat di isi dengan variasi prisma segi enam beraturan dan tabung,
- (b) hasil deformasi prisma segi enam beraturan pola gipsium dan hasil deformasi tabung pola lempeng hanya dapat digunakan untuk mengisi sumbu horizontal pada model dua sumbu pemodelan, dan
- (c) hasil deformasi kerucut hanya dapat digunakan untuk mengisi bagian atas piala

Daftar Pustaka

- [1] Astuti, P. (2014). Desain Rak Penataan Barang dengan Kurva dan Permukaan Tipe Natural, Hermit, dan Bezier Kuadratik. *Tesis*. Jember : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [2] Bastian, A. (2011). Desain Kap Lampu Duduk Melalui Penggabungan Benda-benda Geometri Ruang. *Skripsi*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [3] Budhi, W.S.(1995). *Aljabar Linier*. Jakarta: Gramedia.
- [4] Departemen Pendidikan Nasional. (2004). *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka.
- [5] Fatkhurotin. (2015). Konstruksi Botol Parfum Melalui Penggabungan Benda Geometri Dasar Hasil Deformasi Prisma, Bola, dan Tabung. *Skripsi*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [6] Kusno. (2002). *Geometri Rancang Bangun Studi Aljabar Vektor Garis, Lingkaran dan Ellips*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [7] Kusno. (2003). *Geometri Rancang Bangun Studi Hiperbola, Parabola, dan Ellips*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [8] Kusno, Prihandoko, A. C. and Darsin, M. (2007). Onyx and Marmer Objects Modeling by Joining and Choosing Parametric Modifications of Bezier Revolution Surfaces. *Jurnal Ilmu Dasar*, 8 ; 175-185.
- [9] Kusno. (2009). *Geometri Rancang Bangun Studi Tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [10] Mutimmah, D. (2014). Modelisasi Liontin Kalung dan Anting. *Skripsi*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [11] Purcell, E. J. dan Valberg, D. (1987). *Kalkulus dan Geometri Analitik Edisi 5 Jilid I*. USA : Prentice Hill International, Inc.
- [12] Roifah, M. (2013). Modelisasi Knop Melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Prisma Segienam Beraturan, dan Permukaan Putar. *Skripsi*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- [13] Suryadi, D. (1986). *Teori dan Soal Ilmu Ukur Analitik Ruang*. Jakarta: Ghalia Indonesia.