Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika Volume 16 Nomor 1 2016, 39 – 48
https://jurnal.unej.ac.id/index.php/MIMS/index ISSN 1411-6669

OPTIMASI TINGKAT PERSEDIAAN TERHADAP TINGKAT PERMINTAAN TIDAK PASTI DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN BAYES

(Optimization of Inventory Level to Uncertain Demand Using Bayesian Approach)

M. Isnaini, I Made Tirta, dan Agustina Pradjaningsih

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

Jl. Kalimantan 37, Jember 68121, Indonesia
Email: itirta.fmipa@unej.ac.id, agustina.fmipa@unej.ac.id

Abstract. The decision to determine grade of optimum supply on uncertainty demand or mainly unknowing could accomplish with Buyer-approach method.The demand with mainly unknowing can assumed as Poisson distribute.Completion with Buyer-approach method could be starting with count of posterior Gamma have distributed from prior Gamma with α and β parameter.At the end the result of counting above can compared with proportion between supply and demand until we get a stable-grade of supply.

Key words: optimal, Poisson distribution, Bayes Approach, Gamma distribusi, prior distribusi, posterior distribution, Negatif Binomial distribution.
MSC 2020: 62C10

I. Pendahuluan

Ketersediaan obat-obatan adalah salah satu faktor penting yang berhubungan dengan kecepatan pelayanan kesehatan. Tetapi terkadang persediaan obat-obatan tersebut tidak mencukupi yang menyebabkan operasional pelayanan kesehatan terganggu. Begitu pula jika persediaan terlalu banyak tidak sesuai dengan yang dibutuhkan, hal ini menyebabkan obat-obatan tersebut harus dimusnahkan karena kadaluwarsa. Oleh karena itu meskipun tidak bisa melaksanakan konsep *just in time* secara tepat dalam arti seimbang antara permintaan dan persediaan setidak-tidaknya harus diusahakan agar obat-obatan yang disimpan seminimal mungkin tanpa mengganggu operasional pelayanan dan mencegah kelebihan obat-obatan kadaluwarsa.

Model persediaan barang yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah model dengan jumlah permintaan tidak pasti, mengikuti suatu distribusi Poisson dengan rata-rata (λ) tidak diketahui. Untuk mengoptimalkan persediaan barang selanjutnya digunakan pendekatan Bayes.

Pendekatan Bayes digunakan untuk mencari distribusi probabilitas prior variabel random dalam hal ini λ berdasarkan informasi sampel *Y*. Misalkan $A_1, A_2, \ldots, A_k$ adalah kejadian-kejadian yang membentuk partisi dalam ruang sampel S dengan $A_i \cap A_j = \emptyset$ untuk semua $i \neq j$, $\bigcup_{i=1}^{k} A_i = S$, dan P($A_i$)>0 dan *B* sebarang kejadian yang independen sehingga P(*B*)>0. Probabilitas untuk $i = 1,2,\ldots k$ adalah:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{k} P(A_j)P(B|A_j)}.$$

Probabilitas P(A_i) disebut distribusi probabilitas prior yang selanjutnya disebut dengan distribusi prior saja. Distribusi prior adalah probabilitas yang menunjukkan kemungkinan suatu kejadian terjadi sebelum kejelasan eksperimen yang berkaitan dengan kejadian tersebut diteliti. Probabilitas $P(A_i|B)$ disebut distribusi posterior yaitu probabilitas yang menunjukkan kemungkinan dari suatu kejadian sesudah kejelasan eksperimen yang berkaitan dengan kejadian tersebut diteliti. Oleh karena kejadian *B* bersifat independen maka $P(B|A_i) = P(B)$ dimana $P(B) = \sum_{i=1}^{k} P(A_i \cap B)$. Fungsi kepadatan posterior dari kuantitas yang tidak diketahui (λ) pada masalah inferensi bersifat kontinu dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(\lambda|X) = \frac{f(\lambda).f(X|\lambda)}{\int f(\lambda).f(X|\lambda)d\lambda} \qquad (1)$$

Pendekatan Bayes juga dapat dipergunakan pada kasus diskrit dan kontinu. Pada penelitian ini, kasus yang dipakai adalah kasus diskrit (Soebanar, 1988), yang dinyatakan dengan :

$$P_{post} = \frac{(P_{pri})(\ell)}{\sum (P_{pri})(\ell)},$$

dimana P_{post}= probabilitas posterior,

P_{pri} = probabilitas prior, dan

ℓ = likelihood dari data.

Distribusi posterior dapat dihitung apabila telah dirumuskan distribusi prior dan fungsi likelihood dari parameter distribusi data. Distribusi posterior merupakan fungsi λ dengan X tetap (sama dengan nilai observasi X) dari informasi sampel. Untuk mencari distribusi prior melalui konsep tentang distribusi prior sekawan. Distribusi prior sekawan merupakan keluarga distribusi yang tergantung pada model statistik yang kita pilih.

Distribusi tingkat permintaan diuji menggunakan uji *Goodness of Fit* dengan *chi-square*, yaitu uji kesesuaian antara distribusi teoritis dengan distribusi data. Langkah-langkah yang dilakukan sebagai berikut :

1. Hipotesis. ,
   H_0 :distribusi data sesuai dengan distribusi teoritis
   H_1 :distribusi data tidak sesuai dengan distribusi teoritis
2. Menentukan taraf signifikansi (α), yang bergantung pada kondisi dilapangan.
3. Menentukan statistik uji *chi-square* dan derajat kebebasan (ν),
   Statistik uji yang digunakan:
   $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(fo_i - fe_i\right)^2}{fe_i} \approx \chi^2 hitung$$
   fo_i = frekuensi observasi dalam interval klas tertentu
   fe_i = frekuensi teoritis = $f(x).n$
   $f(x)$ = fungsi kepadatan distribusi dengan derajat bebas $\nu = n - k - 1$
   n = banyaknya data
   k = banyaknya parameter populasi yang diduga.
   Menentukan daerah penolakan dengan membandingkan antara χ^2_{hitung} dengan χ^2_{tabel}. $\chi^2_{\text{tabel}} = \chi^2(\alpha, \nu)$. Jika $\chi^2_{\text{hitung}} > \chi^2_{\text{tabel}}$l, maka H_0 ditolak yang berarti bentuk distribusi data yang diuji tidak sesuai dengan distribusi dugaan dan jika $\chi^2_{\text{hitung}} < \chi^2_{\text{tabel}}$ maka H_0 diterima yang berarti bentuk distribusi data yang diuji sesuai dengan distribusi dugaan (Paul, 1998).

2. Hasil dan Pembahasan

Data primer yang digunakan diambil dari permintaan pemakaian infus RSAD Dekate Kabupaten Jember pada bulan September 2002 sampai dengan Januari 2003, dan persediaan infus per bulan. Jenis infus yang diteliti adalah yang paling banyak dibutuhkan pasien (sering digunakan), yaitu Dextrose 5 %, NaCl 0,9 %, Ringer Lactat, dan Ringer Dextrose.

Tabel 1. *Data permintaan pemakaian dan persediaan infus*

No.	Jenis infus	Sep-02	Okt-02	Nov-02	Des-02	Jan-03	Persediaan infus Per bulan
1	Dextrose 5%	793	729	622	557	503	600
2	NaCl 0,9%	193	205	170	186	143	200
3	Ringer Lactat	1653	1531	1214	1446	1744	1200
4	Ringer Dextrose	203	194	80	131	63	400

Pengujian Kesesuaian Distribusi Data

Bentuk fungsi probabilitas Poisson adalah:

$$f(X) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{X}}{X!}\,; X = 0,1,2,...$$

sedang fungsi likelihood data dengan parameter λ dari proses Poisson adalah:

$$f(Y|\lambda) = \frac{1}{Y!}e^{-n\lambda}(n\lambda)^{Y} \qquad (2)$$

dengan n banyak permintaan dan $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$.

Tabel 2. Hasil uji kesesuaian distribusi data dengan distribusi teoritis (Poisson).

No.	Jenis infus	Bulan-Tahun	Chi-square hitung	Chi-square tabel	Kesimpulan hipotesis
1	Dextrose 5%	Sep-02	11,565	37,652	*H*o diterima
2		Okt-02	8,972	38,885	*H*o diterima
3		Nov-02	28,041	37,652	*H*o diterima
4		Des-02	15,467	38,885	*H*o diterima
5		Jan-03	12,819	38,885	*H*o diterima
6	NaCl 0,9%	Sep-02	5,863	37,652	*H*o diterima
7		Okt-02	10,275	38,885	*H*o diterima
8		Nov-02	5,207	37,652	*H*o diterima
9		Des-02	6,919	38,885	*H*o diterima
10		Jan-03	3,168	38,885	*H*o diterima
11	Ringer Lactat	Sep-02	25,220	37,652	*H*o diterima
12		Okt-02	22,496	38,885	*H*o diterima
13		Nov-02	19,465	37,652	*H*o diterima
14		Des-02	22,841	38,885	*H*o diterima
15		Jan-03	27,184	38,885	*H*o diterima
16	Ringer Dextrose	Sep-02	16,203	37,652	*H*o diterima
17		Okt-02	5,529	38,885	*H*o diterima
18		Nov-02	0,658	37,652	*H*o diterima
19		Des-02	11,451	38,885	*H*o diterima
20		Jan-03	2,033	38,885	*H*o diterima

Keterangan:

1. Derajat kebebasan untuk bulan September dan November 2002 =30-4-1=25.
2. Derajat kebebasan untuk bulan Oktober, Desember 2002, dan Januari 2003 =31-4-1=26.

Pada tabel 2 dapat dilihat bahwa dari 20 kali pengujian untuk permintaan pemakaian infus jenis Dextrose 5%, Natrium Chlorida 0,9%, Ringer Lactat, dan Ringer Dextrose menunjukkan H_0 diterima pada taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$ ini menunjukkan bahwa distribusi data sesuai dengan distribusi teoritis (distribusi Poisson).

Optimasi Tingkat Persediaan terhadap Tingkat Permintaan

Langkah-langkah yang dilakukan dalam analisis optimasi tingkat persediaan terhadap tingkat permintaan dengan pendekatan Bayes adalah sebagai berikut :

1. Menentukan fungsi likelihood,

Fungsi likelihood data dengan parameter λ dari proses Poisson adalah:

$$f(Y|\lambda) = \frac{1}{Y!} e^{-n\lambda} (n\lambda)^Y$$

dengan statistik cukup $Y = \sum_{i=1}^{n} X_i$; dimana n = interval waktu tertentu.

Jika $X_1, X_2, \ldots, X_n$ variabel random Poisson independen dengan ekspektasi θ, maka fungsi kepadatan probabilitas Poisson adalah

$$P_\theta(X_1 = x_1, \ldots, X_n = x_n) = \frac{e^{-\theta}\theta^{X_1}}{X_1!} \cdots \frac{e^{-\theta}\theta^{X_n}}{X_n!} = \frac{1}{X_1! \ldots X_n!}\left(e^{-n\theta} n\theta^{X_1 + \ldots + X_n}\right)$$

dengan statistik cukup $\left(g(X_1, \ldots, X_n)\right) = X_1 + \ldots + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$.

2. Menentukan distribusi prior sekawan,

Distribusi prior sekawan untuk λ adalah fungsi kepadatan probabilitas Gamma G(α,β) dengan parameter α dan β disajikan :

$$f(\lambda) = \frac{(\beta)^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}; \alpha > 0 \text{ dan } \beta > 0 \tag{3}$$

3. Menentukan distribusi posterior f($\lambda \mid Y$),

Fungsi kepadatan posterior untuk λ dengan pendekatan Bayes adalah

$$f(\lambda|Y) = \frac{\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \frac{1}{Y!} e^{-n\lambda} \lambda^Y}{\int_0^\infty \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda} \frac{1}{Y!} e^{-n\lambda} \lambda^Y d\lambda}$$

$$= \frac{(\beta+n)^{Y+\alpha}}{\Gamma(Y+\alpha)} \lambda^{Y+\alpha-1} e^{-(\beta+n)\lambda} \tag{4}$$

Jadi distribusi posterior untuk λ adalah distribusi Gamma G(α', β') dengan parameter $\alpha' = Y + \alpha$ dan $\beta' = \beta + n$.

4. Menentukan distribusi marginal untuk menghitung α dan β

Data penelitian menunjukkan bahwa fungsi likelihood berdistribusi Poisson dan distribusi prior sekawan berdistribusi Gamma. Distribusi Poisson dan distribusi Gamma menurut Praptono [3] mempunyai distribusi marginal (Y) berbentuk distribusi Binomial Negatif.

$$f_Y(Y)=\int_0^{\infty}\frac{(n\lambda)^Y e^{-n\lambda}}{Y!}.\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\lambda^{\alpha-1}e^{-\beta\lambda}d\lambda=\frac{n^Y\beta^{\alpha}}{Y!\,\Gamma(\alpha)}\int_0^{\infty}\lambda^{Y+\alpha-1}e^{-(\beta+n)\lambda}d\lambda$$

$$=\frac{n^Y\beta^{\alpha}}{Y!.\Gamma(\alpha)}.\frac{\Gamma(Y+\alpha-1)}{(\beta+n)^{(Y+\alpha-1)}}=\binom{Y+\alpha-1}{\alpha}\left(\frac{\beta}{\beta+n}\right)^{\alpha+1}\left(\frac{n}{\beta+n}\right)^{Y-1} \tag{5}$$

Bentuk distribusi marginal diuraikan dalam bentuk fungsi pembangkit moment, yang menghasilkan mean dan variansi data dari distribusi marginal untuk mengestimasi α dan β. Hasil secara lengkap perhitungan α dan β dengan pendekatan dalam bentuk distribusi marginal dapat dilihat dalam Tabel 3.

Tabel 3. Hasil perhitungan dengan pendekatan dalam bentuk distribusi marginal

No	Jenis infus	Bulan-Tahun	Prob. C1	k	α	β
1	Dextrose 5%	Sep-02	0,8	77.17	76.17	16
2		Okt-02	0,81	73.81	72.81	17.05
3		Nov-02	0,81	67.26	66.26	17.05
4		Des-02	0,79	56.44	55.44	15.05
5		Jan-03	0,78	50.75	49.75	14.18
6	NaCl 0,9%	Sep-02	0,8	20.53	19.53	16
7		Okt-02	0,81	21.51	20.51	17.05
8		Nov-02	0,79	18.04	17.04	15.05
9		Des-02	0,8	18.93	17.93	16
10		Jan-03	0,8	14.86	13.86	16
11	Ringer Lactat	Sep-02	0,81	178.99	177.99	17.05
12		Okt-02	0,81	160.18	159.18	17.05
13		Nov-02	0,81	130.81	129.81	17.05
14		Des-02	0,8	148.73	147.73	16
15		Jan-03	0,81	181.21	180.21	17.05
16	Ringer Dextrose	Sep-02	0,75	20.32	19.32	12
17		Okt-02	0,8	20.18	19.18	16
18		Nov-02	0,82	8.68	7.68	18.22
19		Des-02	0,75	12.71	11.71	12
20		Jan-03	0,78	6.36	5.36	14.18

```
Perintah Minitab:
MTB > let c4=c2*c3#c2=jumlah frekuensi rata-rata permintaan,c3=probabilitas
permintaan(poisson),c4=nilai k perbulan
MTB > let c5=c4-1#c5=nilai parameter alpha
MTB > let c6=(c3*4)/(1-c3)#c6=nilai parameter betha
MTB > print c1-c6
```

5. Menghitung nilai distribusi posterior Gamma

Setelah diketahui nilai α dan β, selanjutnya nilai tersebut disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.4). Distribusi posterior dijumlahkan untuk mengetahui besar probabilitas posterior gamma.

Tabel 4. Distribusi posterior Gamma dengan parameter α+Y dan β+n diketahui.

No	Jenis infus	Data bulan	α+Y	β+n	Nilai posterior
1	Dextrose 5%	Sep-02	172.635	20	0,0011999
2		Okt-02	163.936	21,05	0,0012549
3		Nov-02	149.293	21,05	0,0010117
4		Des-02	126.888	19,05	0,0004799
5		Jan-03	114.826	18,18	0,0003113
6	NaCl 0,9%	Sep-02	45.1898	20	0,0000715
7		Okt-02	47.0609	20	0,0000767
8		Nov-02	39.8818	16,05	0,0000184
9		Des-02	41.5898	20	0,0000620
10		Jan-03	32.4278	20	0,0000414
11	Ringer lactat	Sep-02	398.977	21,05	0,0078345
12		Okt-02	356.928	21,05	0,0065993
13		Nov-02	291.313	21,05	0,0045249
14		Des-02	333.64	20	0,0053728
15		Jan-03	403.922	21,05	0,0079695
16	Ringer dextrose	Sep-02	46.4057	16	0,0000237
17		Okt-02	44.4176	20	0,0000694
18		Nov-02	18.272	22,22	0,0000291
19		Des-02	28.6555	22,22	0,0000548
20		Jan-03	13.5266	16	0,0000036

```
Perintah Minitab:
MTB > PDF 'minggu' 'posterior';#distribusi posterior dg alpha+Y dan betha+n
diketahui(post*10^-2)
SUBC>   Gamma 1.14757 0.20.
MTB > let c8=c7/100#nilai distribusi posterior sebenarnya
MTB > let c9=sum(c8)#jumlah distribusi posterior
```

6. Menentukan besar proporsi tingkat persediaan terhadap tingkat permintaan,

Distribusi posterior Gamma diperoleh dari distribusi prior sekawan Gamma yang melibatkan C_1 sebagai permintaan pemakaian infus (*holding cost*) serta C_2 sebagai persediaan infus (*stock out cost*) dalam satuan botol infus. Proporsi antara permintaan dan persediaan menurut Nusyirwan [1] adalah

$$\frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

7. Perbandingan nilai distribusi posterior Gamma dengan besar proporsi dari tingkat persediaan terhadap tingkat permintaan.

Jika $Y = \sum_{i=1}^{4} X_i$ = jumlah data permintaan pemakaian infus dalam satu bulan maka tingkat persediaan diperoleh dengan menggunakan pertidaksamaan sebagai berikut:

$$\frac{(\beta+n)^{Y+\alpha}}{\Gamma(Y+\alpha)}\lambda^{Y+\alpha-1}e^{-(\beta+n)\lambda} \geq \frac{C_2}{C_1+C_2} \qquad (6)$$

Untuk mengantisipasi kekurangan persediaan hasil perhitungan harus bernilai positip. Hasil perbandingan antara nilai distribusi posterior Gamma dan proporsi dari tingkat persediaan terhadap tingkat permintaan dapat dilihat dalam tabel 5.

Tabel 5. Hasil perbandingan nilai distribusi posterior Gamma dengan besar proporsi dari tingkat persediaan terhadap tingkat permintaan.

No	Jenis infus	Bulan-Tahun	Nilai posterior	Proporsi $C_2/(C_1+C_2)$
1	Dextrose 5%	Sep-02	0,0011999	0,454
2		Okt-02	0,0012549	0,460
3		Nov-02	0,0010117	0,492
4		Des-02	0,0004799	0,521
5		Jan-03	0,0003113	0,544
6	NaCl 0,9%	Sep-02	0,0000715	0,511
7		Okt-02	0,0000767	0,494
8		Nov-02	0,0000184	0,539
9		Des-02	0,0000620	0,522
10		Jan-03	0,0000414	0,582
11	Ringer Lactat	Sep-02	0,0078345	0,421
12		Okt-02	0,0065993	0,439
13		Nov-02	0,0045249	0,499
14		Des-02	0,0053728	0,455
15		Jan-03	0,0079695	0,409
16	Ringer Dextrose	Sep-02	0,0000237	0,664
17		Okt-02	0,0000694	0,672
18		Nov-02	0,0000291	0,835
19		Des-02	0,0000548	0,753
20		Jan-03	0,0000036	0,864

```
Perintah Minitab:
MTB > let c10=(sum(c4))/(sum(c2+c4))#besar proporsi persediaaan thdp
permintaan
```

Pada Tabel 5 diketahui nilai probabilitas posterior dalam data permintaan lebih besar dari proporsi persediaan terhadap permintaan, menunjukkan bahwa ada kelebihan persediaan yang disediakan pihak rumah sakit selama ini. Kelebihan persediaan ini diperoleh dari probabilitas tak optimal yaitu besar proporsi dikurangi dengan jumlah probilitas posterior, sedang rata-rata persediaan diperoeh dari probabilitas optimal.

Tabel 6. *Hasil perhitungan nilai persediaan yang optimal untuk setiap infus per bulan*

no	jenis infus	Bulan-Tahun	prob.tak optimal	Kelebihan	Persediaan yg optimal
1	Dextrose 5%	Sep-02	0,453	170	430
2		Okt-02	0,459	161	439
3		Nov-02	0,491	137	463
4		Des-02	0,520	109	491
5		Jan-03	0,544	93	507
6	NaCl 0,9%	Sep-02	0,510	40	160
7		Okt-02	0,494	44	156
8		Nov-02	0,539	33	167
9		Des-02	0,522	36	164
10		Jan-03	0,582	26	174
11	Ringer Lactat	Sep-02	0,413	433	767
12		Okt-02	0,433	370	830
13		Nov-02	0,494	265	935
14		Des-02	0,449	331	869
15		Jan-03	0,402	451	749
16	Ringer Dextrose	Sep-02	0,664	31	369
17		Okt-02	0,672	31	369
18		Nov-02	0,835	11	389
19		Des-02	0,753	17	383
20		Jan-03	0,864	7	393

```
Perintah Minitab:
MTB > let c4=c2/c3#c2=nilai k, c3=probabilitas tak optimal,
c4=kelebihan persediaan
MTB > let c5=600-c4#600=persediaan yang selama ini dilakukan RS,
c5=persediaan yang optimal perbulan
MTB > print c1-c5
```

Pada Tabel 6 menunjukkan bahwa adanya kelebihan persediaan infus perbulan dalam satuan botol. Sehingga persediaan yang optimal ditentukan dari persediaan yang selama ini dilakukan rumah sakit dikurangi dengan kelebihan persediaan infus perbulan. Perusahaan dalam hal ini rumah sakit diharapkan mempertahankan persediaan secara optimal, dengan menyediakan rata-rata jenis infus Dextrose 5% sebanyak 466 botol perbulan, Natrium Chlorida 0.9% sebanyak 164 botol perbulan, Ringer Lactat sebanyak 830 botol perbulan, dan Ringer Dextrose sebanyak 380 botol perbulan.

3. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan pada bab sebelumnya dapat diambil kesimpulan bahwa model tingkat persediaan terhadap tingkat rata-rata permintaan barang yang tidak pasti yang mengikuti distribusi Poisson dapat diselesaikan dengan pendekatan Bayes.

Langkah pertama dengan mencari distribusi prior sekawan berupa distribusi Gamma dari fungsi likelihood data permintaan berdistribusi Poisson yang menghasilkan distribusi posterior Gamma. Selanjutnya fungsi likelihood data Poisson dimarginalkan dengan distribusi prior sekawan Gamma untuk mengestimasi parameter α dan β, sehingga menghasilkan bentuk marginal berbentuk distribusi Binomial Negatif. Langkah terakhir membandingkan nilai distribusi posterior dengan besar proporsi tingkat persediaan terhadap tingkat permintaan barang berupa infus jenis tertentu.

Perusahaan dalam hal ini rumah sakit diharapkan mengetahui besar rata-rata permintaan pemakaian dan persediaan infus perbulan serta mengetahui proporsinya, dengan begitu maka rumah sakit dapat mempertahankan persediaan infus dan meminimalkan terjadinya penumpukan barang di gudang serta menghindari barang mengalami kadaluarsa.

Daftar Pustaka

[1] Nusyirwan, 1997, “Optimasi Tingkat Persediaan Jika Permintaan Berdistribusi Poisson dengan Rata-rata Tidak Diketahui”, Jurnal Sains dan Tehnologi, Jakarta.

[2] Paul G. Hoel,1998, Introduction to Mathematical Statistics, third edition, New York-London.

[3] Praptono, 1986, Pengantar Proses Stokastik I, Jakarta: Universitas Terbuka.

[4] Soebanar, 1988, Inferensi Bayesian, Jakarta: Universitas Terbuka.