

APLIKASI KURVA BEZIER PADA DESAIN BOTOL MINUMAN (*Application of Bezier Curve in Design of Beverage Bottle*)

Muhammad Bagus Firman Triadi, Bagus Juliyanto, Firdaus Ubaidillah

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Jember

Jl. Kalimantan 37 Jember 68121, Indonesia

E-mail: {muhammadbagusfirmantriadi9, bagus2780}@gmail.com, firdaus_u@yahoo.com

Abstract. The beverage bottle consists of several parts. There are mouth, neck, shoulders and body of the beverage bottle. This study aims to modeled the shape of the beverage bottles use Bezier curves with degrees less than or equal to six ($n \leq 6$), for obtain a varied and symmetrical shape of the beverage bottles. This research method are divided into several stages. First, modeled the mouth of the beverage bottle. Second, modeled the neck of the beverage bottle. Third, modeled the body of the beverage bottle. Fifth, combined the parts of the beverage bottle. The results of this study was obtained a procedure for modeled varied and symmetrical beverage bottles using Bezier curves with degrees less than or equal to six ($n \leq 6$).

Keywords: Beverage Bottle, Bezier Curve, Computer Aided Geometric Design

MSC 2010: 51A05

1. Pendahuluan

Penggunaan botol minuman pada masyarakat saat ini terus meningkat. Botol minuman dianggap lebih praktis dan efisien. Botol minuman dibagi menjadi dua jenis, yaitu botol minuman sekali pakai dan botol minuman yang dapat digunakan berulang. Botol minuman sekali pakai memiliki sifat tidak tahan terhadap panas dan mudah rusak. Botol minuman sekali pakai memiliki kekurangan yaitu sifatnya yang sekali pakai, sehingga dapat mencemari lingkungan. Oleh karena itu, dibuatlah botol minuman yang dapat digunakan berulang agar dapat mengurangi dampak negatif tersebut. Umumnya botol minuman yang dapat digunakan berulang terbentuk dari benda geometri dasar tabung atau berbentuk bola dan elipsoidal. Namun botol minuman yang dapat digunakan berulang juga dapat dibangun melalui kurva Bezier.

Berdasarkan pemodelan yang telah dilakukan terkait dengan kurva Bezier, Maharani [1] memodelisasi bentuk kerajinan keramik menggunakan kurva Bezier berderajat lima. Kurva Bezier yang digunakan pada penelitiannya masih menggunakan kurva Bezier berderajat lima. Tujuan dari tugas akhir ini adalah untuk memodelkan bentuk botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ($n \leq 6$), sehingga diperoleh bentuk botol minuman yang variatif dan simetris.

Penelitian ini diharapkan dapat menghasilkan berbagai bentuk botol minuman yang dapat digunakan berulang yang bervariasi dan menarik minat masyarakat untuk beralih dari penggunaan botol minuman sekali pakai ke penggunaan botol minuman yang dapat digunakan berulang.

Kurva Bezier

Menurut Haryono [1], kurva Bezier terdiri dari beberapa titik pembentuknya yang berjumlah $n + 1$, sehingga terdapat titik-titik P_0 sampai dengan P_n . Titik P_0 merupakan titik awal kurva dimana kurva berangkat dari titik tersebut yang melengkung ke arah P_n dan berhenti di titik tersebut. Kurva Bezier derajat n dinyatakan dalam bentuk:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(t)$$

untuk $0 \leq t \leq 1$, dengan:

$$C(t) = \langle x(t), y(t), z(t) \rangle, t \in [0,1]$$

$$B_i^n(t) = C_i^n (1-t)^{n-i} \cdot t^i, t \in [0,1]$$

$$C_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

P_i = titik tetap dan kontrol kurva $C(t)$ (Kusno, [2])

Berikut merupakan persamaan kurva Bezier berderajat n :

1. Persamaan kurva Bezier $n = 2$

$$C(t) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} (1-t)^2 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} (2t(1-t)) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} t^2$$

2. Persamaan kurva Bezier $n = 3$

$$C(t) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} (1-t)^3 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} (3t(1-t)^2) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} (3t^2(1-t)) + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} t^3$$

3. Persamaan kurva Bezier $n = 4$

$$C(t) = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} (1-t)^4 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} (4t(1-t)^3) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} (6t^2(1-t)^2) + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} (4t^3(1-t)) + \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} t^4$$

4. Persamaan kurva Bezier $n = 5$

$$\begin{aligned} C(t) = & \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} (1-t)^5 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} (5t(1-t)^4) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} (10t^2(1-t)^3) \\ & + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} (10t^3(1-t)^2) + \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} (5t^4(1-t)) + \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix} t^5 \end{aligned}$$

5. Persamaan kurva Bezier $n = 6$

$$\begin{aligned} C(t) = & \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} (1-t)^6 + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} (6t(1-t)^5) + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} (15t^2(1-t)^4) \\ & + \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} (20t^3(1-t)^3) + \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} (15t^4(1-t)^2) \\ & + \begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{pmatrix} (6t^5(1-t)) + \begin{pmatrix} x_6 \\ y_6 \\ z_6 \end{pmatrix} t^6 \end{aligned}$$

2. Metodologi

Metode penelitian yang digunakan untuk memodelkan bentuk botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ($n \leq 6$) diuraikan sebagai berikut.

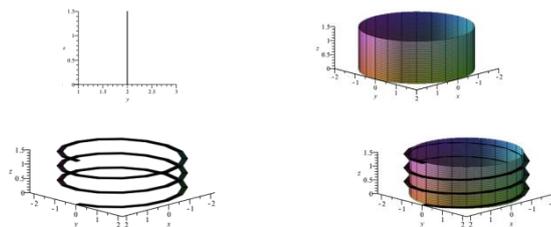
1. Menentukan sebuah segmen garis pada sumbu-z dan membaginya menjadi empat bagian.
2. Mentranslasi titik-titik dari hasil (a) sejauh k cm searah sumbu-y.
3. Mengkonstruksi kurva batas bagian-bagian botol minuman menggunakan segmen garis dan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam dengan rincian yaitu kurva batas mulut botol minuman berupa segmen garis, kurva batas leher botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat dua, kurva batas bahu botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat tiga, kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat, lima dan enam.
4. Memutar kurva batas pada tiap bagian-bagian botol minuman terhadap sumbu-z.
5. Menambahkan kurva Helix sebagai drat pada bagian mulut botol minuman dan lingkaran sebagai alas pada bagian badan botol minuman.
6. Menggabungkan bagian-bagian botol minuman menjadi botol minuman utuh.

3. Hasil dan Pembahasan

Modelisasi Mulut Botol Minuman

Diberikan segmen garis \overline{AB} dengan $1,5 \leq |\overline{AB}| \leq 2 \text{ cm}$ pada sumbu-z. Berdasarkan data tersebut dimodelisasi beragam bentuk mulut botol minuman menggunakan segmen garis dan kurva Helix. Uraian detailnya sebagai berikut (Gambar 1).

1. Titik A dan B ditranslasi (digeser) sejauh $k \text{ cm}$ searah sumbu-y. Penggeseran ini dimaksudkan agar botol minuman yang akan dimodelisasi memiliki bentuk yang proporsional. Misalkan titik $A(0; 0; z_1)$ dan $B(0; 0; z_2)$ pada sumbu-z ditranslasi sejauh $k = 2 \text{ cm}$ searah sumbu-y, sehingga diperoleh titik bayangannya yaitu $A'(0; 2; z_1)$ dan $B'(0; 2; z_2)$.
2. Modelisasi kurva batas mulut botol minuman menggunakan segmen garis $\overline{A'B'}$.
3. Memutar kurva batas mulut botol minuman yang telah diperoleh melalui sumbu putar sumbu-z.
4. Menambahkan drat pada mulut botol minuman menggunakan kurva Helix.

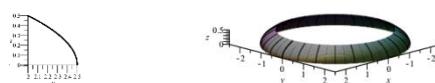


Gambar 1. Langkah-langkah modelisasi mulut botol minuman

Modelisasi Leher Botol Minuman

Diberikan segmen garis \overline{BC} dengan $0,5 \leq |\overline{BC}| \leq 1 \text{ cm}$ pada sumbu-z. Berdasarkan data tersebut dimodelisasi beragam bentuk leher botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat dua. Uraian detailnya sebagai berikut (Gambar 2).

1. Titik B dan C ditranslasi (digeser) sejauh $k \text{ cm}$ searah sumbu-y. Penggeseran ini dimaksudkan agar botol minuman yang akan dimodelisasi memiliki bentuk yang proporsional. Misalkan titik $B(0; 0; z_2)$ dan $C(0; 0; z_3)$ pada sumbu-z ditranslasi sejauh $k = 2 \text{ cm}$ dan $2 \leq k \leq 2,5 \text{ cm}$ searah sumbu-y, sehingga diperoleh titik bayangannya yaitu $B'(0; 2; z_2)$ dan $C'(0; k; z_3)$.
2. Modelisasi kurva batas leher botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat dua.
3. Memutar kurva batas leher botol minuman yang telah diperoleh melalui sumbu putar sumbu-z.

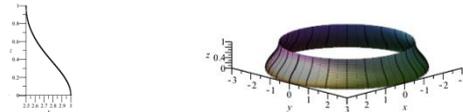


Gambar 2. Langkah-langkah modelisasi leher botol minuman

Modelisasi Bahu Botol Minuman

Diberikan segmen garis \overline{CD} dengan $1 \leq |\overline{CD}| \leq 2 \text{ cm}$ pada sumbu-z. Berdasarkan data tersebut dimodelisasi beragam bentuk bahu botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat tiga. Uraian detailnya sebagai berikut (Gambar 3).

1. Titik C dan D ditranslasi (digeser) sejauh $k \text{ cm}$ searah sumbu-y. Penggeseran ini dimaksudkan agar botol minuman yang akan dimodelisasi memiliki bentuk yang proporsional. Misalkan titik $C(0; 0; z_3)$ dan $D(0; 0; z_4)$ pada sumbu-z ditranslasi sejauh $2 \leq k \leq 2,5 \text{ cm}$ dan $2,5 \leq k \leq 3 \text{ cm}$ searah sumbu-y, sehingga diperoleh titik bayangannya yaitu $C'(0; k; z_3)$ dan $D'(0; k; z_4)$.
2. Modelisasi kurva batas bahu botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat tiga.
3. Memutar kurva batas bahu botol minuman yang telah diperoleh melalui sumbu putar sumbu-z.

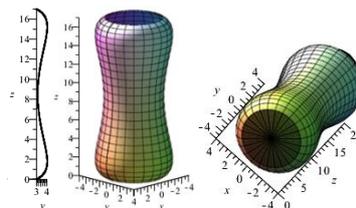


Gambar 3. Langkah-langkah modelisasi bahu botol minuman

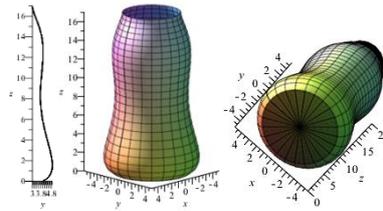
Modelisasi Badan Botol Minuman

Diberikan segmen garis \overline{DE} dengan $17 \leq |\overline{DE}| \leq 20 \text{ cm}$ pada sumbu-z. Berdasarkan data tersebut dimodelisasi beragam bentuk mulut botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat (Gambar 4), lima (Gambar 5) dan enam (Gambar 6). Uraian detailnya sebagai berikut.

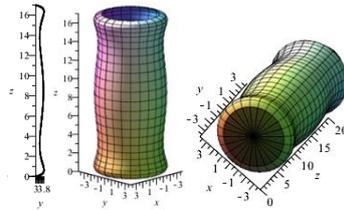
1. Titik D dan E ditranslasi (digeser) sejauh $k \text{ cm}$ searah sumbu-y. Penggeseran ini dimaksudkan agar botol minuman yang akan dimodelisasi memiliki bentuk yang proporsional. Misalkan titik $D(0,0, z_4)$ dan $E(0,0, z_5)$ pada sumbu-z ditranslasi sejauh $2,5 \leq k \leq 3 \text{ cm}$ dan $3 \leq k \leq 4 \text{ cm}$ searah sumbu-y, sehingga diperoleh titik bayangannya yaitu $D'(0; k; z_4)$ dan $E'(0; k; z_5)$.
2. Modelisasi kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat, lima dan enam.
3. Memutar kurva batas badan botol minuman yang telah diperoleh melalui sumbu putar sumbu-z.
4. Menambahkan lingkaran sebagai alas botol minuman.



Gambar 4. Langkah-langkah modelisasi badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat



Gambar 5. Langkah-langkah modelisasi badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat lima



Gambar 6. Langkah-langkah modelisasi badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat enam

Penggabungan Bagian-bagian Botol Minuman

Penggabungan botol minuman secara utuh diperlukan unsur kesimetrisan melalui satu sumbu pemodelan kearah vertikal dengan panjang $20 \leq t \leq 25 \text{ cm}$, t sebagai panjang sumbu pemodelan. Penggabungan bagian-bagian botol minuman memiliki urutan dan ukuran masing-masing yaitu mulut botol minuman $1,5 \leq t_{mulut} \leq 2 \text{ cm}$, leher botol minuman $0,5 \leq t_{leher} \leq 1 \text{ cm}$, bahu botol minuman $1 \leq t_{bahu} \leq 2 \text{ cm}$ dan badan botol minuman $17 \leq t_{badan} \leq 20 \text{ cm}$. Langkah selanjutnya yaitu menggabungkan bagian-bagian tersebut menjadi botol minuman yang utuh dengan mengisikannya pada sumbu pemodelan. Pengisian bagian-bagian botol minuman pada sumbu pemodelan dilakukan dengan cara mengisi bagian yang paling bawah terlebih dahulu. Penggabungan bagian-bagian botol minuman harus memperhatikan jari-jari (r) pada tiap bagian botol minuman. Jari-jari (r) atas kurva batas bagian bawah harus sama dengan jari-jari (r) bawah kurva batas bagian atasnya. Berikut merupakan hasil penggabungan bagian-bagian botol minuman (Gambar 7).



Gambar 7. Hasil penggabungan bagian-bagian botol minuman

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa untuk memodelkan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat kurang dari atau sama dengan enam ($n \leq 6$), prosedurnya sebagai berikut.

Pertama, memodelisasi mulut botol minuman dengan menentukan sebuah segmen garis pada sumbu-z. Kemudian mentranslasi titik-titik tersebut sejauh k cm searah sumbu-y. Langkah selanjutnya yaitu mengkonstruksi kurva batas mulut botol minuman menggunakan sebuah segmen garis. Kurva batas mulut botol minuman tersebut kemudian terhadap sumbu-z. Langkah terakhir yaitu menambahkan drat menggunakan kurva Helix.

Kedua, memodelisasi leher botol minuman dengan menentukan sebuah segmen garis pada sumbu-z. Kemudian mentranslasi titik-titik tersebut sejauh k cm searah sumbu-y. Langkah selanjutnya yaitu mengkonstruksi kurva batas leher botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat dua. Kurva batas leher botol minuman tersebut kemudian terhadap sumbu-z.

Ketiga, memodelisasi bahu botol minuman dengan menentukan sebuah segmen garis pada sumbu-z. Kemudian mentranslasi titik-titik tersebut sejauh k cm searah sumbu-y. Langkah selanjutnya yaitu mengkonstruksi kurva batas bahu botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat tiga. Kurva batas leher botol minuman tersebut kemudian terhadap sumbu-z.

Keempat, memodelisasi badan botol minuman dengan menentukan sebuah segmen garis pada sumbu-z. Kemudian mentranslasi titik-titik tersebut sejauh k cm searah sumbu-y. Langkah selanjutnya yaitu mengkonstruksi kurva batas badan botol minuman menggunakan kurva Bezier berderajat empat, lima dan enam. Kurva batas badan botol minuman tersebut kemudian terhadap sumbu-z. Langkah terakhir yaitu menambahkan alas botol minuman menggunakan lingkaran.

Kelima, menggabungkan bagian-bagian botol minuman menjadi botol minuman utuh dengan memperhatikan unsur kesimetrisan melalui satu sumbu pemodelan kearah vertikal dan mengisikan bagian-bagian botol minuman dengan cara mengisi bagian yang paling bawah terlebih dahulu. Penggabungan bagian-bagian botol minuman harus memperhatikan jari-jari (r) pada tiap bagian botol minuman. Jari-jari (r) atas kurva batas bagian bawah harus sama dengan jari-jari (r) bawah kurva batas bagian atasnya. Sehingga dihasilkan botol minuman yang proporsional dan simetris.

Daftar Pustaka

- [1] Haryono, A. (2014). Studi Pembentukan Huruf *Font* dengan Kurva Bezier. *Jurnal TEKNIKA*. 69-78.
- [2] Kusno. (2009). *Geometri Rancang Bangun: Studi tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Jember University Press.
- [3] Maharani, N. (2016). Aplikasi Kurva Bezier Berderajat Lima Hasil dari Modifikasi Kurva Kuartik pada Desain Keramik. *Skripsi*. Malang: Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Negeri Maulana Malik Ibrahim.