CAPM (Capital Asset Pricing Model) dengan Distribusi Stable

CAPM (Capital Asset Pricing Model) with Stable Distribution

Dedi Rosadi
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Gajah Mada

ABSTRACT

In the classical finance theory, the CAPM models are developed using the Gaussian framework, that is, we assume the vector of returns can be modeled using the multivariate normal distribution. However, it is found empirically that typically the financial data, especially the returns of assets, are leptokurtic (i.e., it is heavy tail and peaked around the center). It has been shown in the literature that the stable distribution, where the normal is of a special case, becoming one of the popular model to model leptokurtic data. In this paper, we analyse the CAPM under the assumption that the data follows the stable non-normal distribution with the index of stability $1 < \alpha < 2$. We finally provide empirical application of the CAPM under the Gaussian and stable cases using several returns data from Indonesian Stock Market.

Keywords: CAPM, stable distribution, leptokurtic

PENDAHULUAN

Didalam teori portofolio modern, diasumsikan bahwa investor dan manajer portofolio memilih portofolio (yakni suatu komposisi) saham-saham (ataupun sekuritas lain) berdasarkan harga harapan dari *return* dan tingkat resiko (*risk*) dari portfolio yang dimiliki. Dengan menggunakan analisa *mean-variance*, tingkat resiko dari portfolio diukur sebagai harga variansi atau standar deviasi dari nilai *return* suatu portofolio. Salah satu model yang memberikan portofolio yang bersifat *mean-variance efficient* yakni suatu portofolio yang memberikan harga ekspektasi dari *return* yang paling optimal (yakni yang berharga maksimum) diberikan suatu tingkat resiko dalam bentuk variansi dari *return* (Markowitz, 1959), adalah *the capital asset pricing model* (CAPM).

Didalam teori keuangan klasik, sebagian besar model untuk data di bidang keuangan (termasuk diantaranya model CAPM) di kembangkan dalam *framework* Gaussian, yakni diasumsikan bahwa vektor dari *return* suatu asset dapat dimodelkan dengan menggunakan distribusi multivariat normal/Gaussian (Risk Metrics, 1996). Namun telah diketahui bahwa dalam banyak studi empiris, asumsi normalitas untuk sebagian besar data keuangan, dan khususnya untuk data *return*, tidak dapat dibuktikan. Berbagai studi empiris menunjukkan bahwa secara tipikal sebagian besar data keuangan bersifat *leptokurtic* (yakni *heavy tail* dan *peaked* di sekitar harga tengah), yakni probabilitas terjadinya *extreme event* lebih besar dari yang dapat dimodelkan oleh distribusi normal (Rydberg, 1997), yang berimplikasi kepada kecenderungan nilai volatilitas yang relatif besar. Dengan demikian dalam *framework* distribusi Gaussian, terdapat kecenderungan untuk melakukan *underestimate* harga dari risiko. Walaupun demikian, asumsi normalitas untuk data terlihat tetap populer dikalangan praktisi. Selain karena terlihat sudah merupakan suatu kebiasaan (*habit*), penggunaan distribusi normal populer karena kemudahan (relatif) analisa matematisnya. Telah diketahui bahwa distribusi normal bersifat tertutup terhadap transformasi linear, yakni jumlahan terbobot dari random variabel yang berdistribusi normal akan berdistribusi normal, ditambah lagi dengan applikasi teorema limit pusat, membuat asumsi normalitas terlihat atraktif untuk analisa model portofolio secara teoritis dan empiris.

Telah ditunjukkan dalam banyak literatur bahwa kelas distribusi *stable*, yang mana distribusi normal merupakan salah satu kasus khusus dari kelas distribusi ini, merupakan salah satu distribusi yang relatif populer untuk memodelkan data yang bersifat *leptokurtic*. Dalam konteks ini, dalam berbagai studi empiris (misal, Rachev & Mittnik, 2000), dapat ditunjukkan bahwa distribusi *stable non-normal*, lebih cocok untuk memodelkan berbagai data *asset return*, dengan tetap mempertahankan beberapa sifat utama dari distribusi normal. Pertama, kelas distribusi *stable non normal*, bersifat tertutup terhadap transformasi linear, yakni kombinasi linear dari elemen dari vektor stable random akan *stable*. Kedua, kelas distribusi ini memiliki *domain of attraction* dan secara matematis dapat di nyatakan eksistensinya dengan adanya teorema limit pusat yang diperumum (*the generalized central limit theorems*).

Dalam praktek, kelas distribusi *stable non-normal* yang sering di gunakan untuk memodelkan data-data keuangan memiliki parameter *index of stability* $1 < \alpha < 2$. Dengan demikian variansi populasi dari variabel random dalam kelas ini bersifat tak hingga, sehingga dalam konteks ini, analisa *mean-variance* yang dikenal dalam seleksi portofolio klasik tidak dapat digunakan, dan lebih lanjut, dependensi antar dua variabel random tidak dapat diukur menggunakan kovariansi. Akan tetapi, dengan asumsi eksistensi dari *mean return* ($\alpha > 1$), analisa dapat dilakukan secara ekuivalen dengan menggunakan *mean-scale* framework, dan dependensi dapat dianalisa dengan menggunakan ukuran lain yang merupakan generalisasi dari konsep kovariansi, yakni khususnya adalah menggunakan ukuran *covariation*. Dalam paper ini, akan diberikan analisa terhadap model CAPM dalam asumsi data aset berasal dari proses stable non-normal dengan *index of stability* $1 < \alpha < 2$, khususnya untuk metode perhitungan "beta" dari model, analog terhadap hasil studi model klasik.

Tulisan ini diorganisasikan sebagai berikut. Pertama-tama, akan diberikan *overview* singkat terhadap model CAPM Gaussian, distribusi *stable* dan konsep dependensi covariation. Selanjutnya diberikan analisa matematika terhadap model CAPM *stable*. Dalam kajian aplikasi, diberikan hasil studi simulasi dan aplikasi empiris model CAPM (stable dan Gaussian) untuk data-data *return* dari beberapa saham yang diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia.

HASIL DAN PEMBAHASAN

CAPM dalam framework Gaussian

Model CAPM pertama kali dikenalkan oleh Sharpe (1964) dan Lintner (1965). Selanjutnya, berbagai perkembangan lebih lanjut telah dikemukakan didalam literature, seperti misalnya dalam Black (1972). Model CAPM menyatakan bahwa diberikan asumsi-asumsi tertentu untuk pasar portofolio, hubungan antara harga ekspektasi maksimum untuk return aset *i* diberikan tingkat resiko dari aset *i* dapat diberikan dengan persamaan

$$E(R_i) = R_0 + \beta_{im}(E(R_m) - R_0) \quad (1)$$

dimana R_0 merepresentasikan return dari aset tak beresiko, R_m adalah return dari *market portfolio* (yakni portofolio dari seluruh asset yang dipasarkan) dan β_{im} yang sering dinyatakan sebagai "Beta" dari asset *i* didefinisikan sebagai

$$\beta_{im} = \mathrm{cov}(R_i, R_m) / \mathrm{var}(R_m) \quad (2)$$

Dalam model ini, diasumsikan bahwa data return diasumsikan berdistribusi normal, atau lebih umum, berasal dari proses stokastik yang memiliki momen orde ke dua yang hingga.

Distribusi univariate stable dan multivariate stable

1. Kelas distribusi univariate stable

Suatu variabel random *R* disebut *univariate-stable* (atau *Pareto-stable* atau *alpha-stable*) jika dan hanya jika untuk semua bilangan positif *a* dan *b*, ada bilangan positif *c* dan bilangan riil *d* sehingga

$$aR_1 + bR_2 \overset{d}{=} cR + d$$

dengan R_1 dan R_2 adalah kopian independen dari *R*. Diketahui bahwa fungsi distribusi probabilitas atau fungsi densitas dari suatu variabel random *stable* tidak dapat dinyatakan dalam bentuk analitis yang *closed form*, kecuali dalam beberapa kasus khusus. Kelas distribusi ini sering diparameterisasi dengan menggunakan fungsi karakteristiknya. Suatu variabel random *R* bersifat *stable* jika dan hanya jika untuk $\theta \in \mathbf{R}$

$$\Phi_R(\theta) = E(\exp(iR\theta))$$

$$= \exp\left\{-\sigma^\alpha |\theta|^\alpha \left(1 - i\beta \,\mathrm{sgn}\,\theta \tan\frac{\pi\alpha}{2}\right) + i\mu\theta\right\},$$

untuk $\alpha \neq 1$

dan

$$\Phi_R(\theta) = \exp\left\{-\sigma|\theta|\left(1 + i\beta\frac{2}{\pi}\,\mathrm{sgn}\,\theta \ln|\theta|\right) + i\mu\theta\right\},$$

untuk $\alpha = 1$

Terlihat disini bahwa distribusi stable di parameterisasi menggunakan empat parameter. $\alpha (0 < \alpha \le 2)$ adalah *index of stability*; $\beta(-1 \le \beta \le 1)$ adalah parameter yang mengukur skewness; $\sigma(\sigma \ge 0)$ adalah *scale parameter* dan $\mu \in \mathbf{R}$ adalah parameter lokasi.

Interpretasi dari setiap parameter ini adalah sebagai berikut
Index of stability : Jika $\alpha = 2$, R berdistribusi $N(\mu,2\sigma^2)$. Disini, jika parameter α semakin kecil, maka R akan lebih bersifat leptokurtic. Untuk $\alpha < 2$, harga momen absolut dalam orde p berhingga hanya untuk $p < \alpha$. Untuk data *finance*, hanya kasus $\alpha > 1$ ditemukan dalam praktis, sehingga dalam tulisan ini, kita selalu mengasumsikan $\alpha > 1$.
Parameter skewness: Jika harga $\beta > 0$ maka fungsi densitas akan menceng ke kanan. Sebaliknya, jika $\beta < 0$, maka fungsi densitas akan menceng ke kiri
Parameter lokasi: Jika $\alpha > 1$, maka μ adalah mean dari variabel random R
Parameter scale: Parameter ini dapat dipandang sebagai generalisasi dari deviasi standar yang di kenal untuk distribusi Gaussian. Disini kita dapat memandang konsep variasi $\nu_\alpha(R) = \sigma^\alpha(R)$ yang merupakan ukuran ekuivalen dengan variansi untuk random variabel stable.

Jika $\beta = 0$ dan $\mu = 0$, distribusi ini disebut *symmetric alpha-stable* (SαS) karena $R \stackrel{d}{=} R$, dan fungsi karakteristiknya memiliki bentuk yang relatif sederhana, yakni

$$\Phi_R(\theta) = \exp(-\sigma^\alpha |\theta|^\alpha)$$

2. Kelas distribusi multivariate stable

Suatu vektor random *stable* R berdimensi n dapat didefinisikan untuk semua bilangan positif a dan b, dan bilangan positif c dan suatu vektor real d sehingga berlaku

$$aR_1 + bR_2 \stackrel{d}{=} cR + d$$

dengan R_1 dan R_2 adalah kopian independen dari R. Untuk $\alpha > 1$, jika suatu vektor variabel random adalah *stable*, maka semua komponennya (dan demikian juga dengan kombinasi linear dari komponennya) bersifat *stable*. Fungsi karakteristik dari vektor $R = (R_1, R_2, \cdots, R_n)$ (untuk $\alpha > 1$) memiliki bentuk

$$\Phi_R(\theta) = \Phi((\theta, R)) = E(\exp(i\textstyle\sum_{k=1}^n \theta_k R_k))$$
$$= \exp\left\{-i(\theta,\mu^0) - \int_{S_n} |(\theta,s)|^\alpha \left(1 - i\,\mathrm{sgn}(\theta,s)\tan\frac{\pi\alpha}{2}\right)\Gamma(ds)\right\}$$

dengan Γ adalah suatu ukuran hingga yang unik (disebut sebagai ukuran *spectral*) yang didefinisikan pada *unit sphere* $S_n = \{s = (s_1, s_2, \cdots, s_n) \mid \|s\| = 1\}$. Jika R adalah variabel random yang simetris, maka ukuran spectral juga akan simetris dan dimiliki

$$\Phi_R(\theta) = \exp\left\{-\int_{S_n} |(\theta,s)|^\alpha\, \Gamma(ds)\right\}$$

Variasi dari kombinasi linear dari komponen-komponen vektor **R** diberikan sebagai

$$\nu_\alpha((\theta,R)) = \sigma^\alpha(\theta) = \int_{S_n} |(\theta,s)|^\alpha\, \Gamma(ds)$$

Lebih lanjut tentang sifat-sifat dari variabel random stable baik kasus univariate maupun multivariate diberikan di Samorodnitksy dan Taqqu (1994).

Fungsi *covariation*

Telah diketahui didalam literatur, konsep fungsi kovariansi dapat menggambarkan secara lengkap struktur dependensi dari vektor random berdistribusi Gaussian. Namun jika $\alpha<2$, fungsi kovariansi tidak terdefinisikan. Dalam paper ini, akan digunakan konsep *covariation* untuk maksud generalisasi konsep kovariansi bagi proses SαS dengan $1<\alpha\le 2$. Definisi fungsi ini diberikan sebagai berikut:

Definisi 2 (Samorodnitsky dan Taqqu, 1994)
Misalkan X_1 dan X_2 mempunyai distribusi bersama $S\alpha S$ dengan $\alpha > 1$ dan misalkan Γ adalah ukuran spektral dari vektor random (X_1, X_2). Fungsi covariation dari X_1 terhadap X_2 adalah bilangan real $[X_1, X_2]_\alpha = \int_{S_2} s_1 s_2^{<\alpha-1>}\Gamma(ds)$ dengan $a^{<\alpha-1>} = |a|^{\alpha-1} sign(a)$.

Lebih lanjut mengenai konsep ukuran spektral dapat dipelajari di Samorodnitsky dan Taqqu (1994). Untuk variabel random Gaussian, diketahui $[X_1, X_2]_2 = \frac{1}{2}Cov(X_1, X_2)$. Sifat-sifat lain dari fungsi ini dibahas dalam berbagai literatur, misal Samorodnitsky dan Taqqu (1994).

Salah satu bentuk estimator untuk fungsi kovariasi adalah Estimator Fractional Lower Order Moments (FLOM) (misal lihat Nikias & Shao, 1995). Estimator FLOM didefinisikan berdasarkan sifat proses SαS berikut (Samorodnitsky & Taqqu, 1994): misalkan

(X,Y) adalah proses simetrik α-stable dengan $1<\alpha\le 2$. Maka untuk $1\le p<\alpha$ berlaku $[Y,Y]_\alpha = \|Y\|_\alpha^\alpha = \sigma_Y^\alpha$ dan $\dfrac{E(XY^{<p-1>})}{E|Y|^p} = \dfrac{[X,Y]_\alpha}{\|Y\|_\alpha^\alpha}$

Dengan demikian diperoleh untuk $1\le p<\alpha$,

$$[X,Y]_\alpha = \frac{E(XY^{<p-1>})}{E|Y|^p}\sigma_Y^\alpha$$

Diberikan sampel independen $(X_1,Y_1),\cdots,(X_n,Y_n)$, estimator FLOM (Nikias dan Shao, 1995) untuk λ_{XY}, yakni covariation dari X terhadap Y, didefinisikan sebagai

$$\hat{\lambda}_{FLOM(p)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i |Y_i|^{p-1}\,\mathrm{sign}(Y_i)}{\sum_{i=1}^{n} |Y_i|^p}$$

untuk suatu $1\le p<\alpha$. Meskipun tidak terdapat metode untuk memilih nilai *p* yang optimal, namun Nikias dan Shao (1995) menunjukkan hasil simulasi bahwa pemilihan nilai *p=1* memberikan hasil estimasi yang relatif akurat (walaupun akan bersifat lebih *volatile* jika α=1), yakni disini dapat digunakan

$$\hat{\lambda}_{FLOM(p)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i\,\mathrm{sign}(Y_i)}{\sum_{i=1}^{n} |Y_i|} \qquad (3)$$

Apabila fungsi koefisien covariation telah diestimasi, maka nilai covariation dari X terhadap Y, yakni $[X,Y]_\alpha$ dapat dihitung dengan mengalikan $\hat{\lambda}_{FLOM(p)}$ dengan estimator untuk parameter skala $\sigma_Y^\alpha = \|Y\|_\alpha^\alpha$.

Pemodelan CAPM dibawah asumsi distribusi *stable*

1. Portofolio efisien dengan satu aset beresiko dan satu aset tidak beresiko

Diasumsikan terdapat suatu aset bebas resiko *F* dan semua investor dapat meminjam atau meminjamkan dalam jumlah tak terbatas aset tersebut dengan *interest rate* sebesar R_f. Investor akan mencapai preferensi resiko dengan memandang portofolio *P* yang mengkombinasikan θ bagian (0 < θ < 1) di investasikan untuk aset bebas resiko dan (1 - θ) untuk aset beresiko *I*. Maka diperoleh

$$E(R_p) = \theta R_f + (1-\theta)E(R_i)$$

$$\|R_p\|_\alpha^\alpha = (1-\theta)^\alpha \|R_i\|_\alpha^\alpha$$

Sehingga diperoleh

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_i)-R_f}{\|R_i\|_\alpha}\|R_p\|_\alpha \qquad (4)$$

2. CAPM stable satu periode

a. Asumsi model CAPM

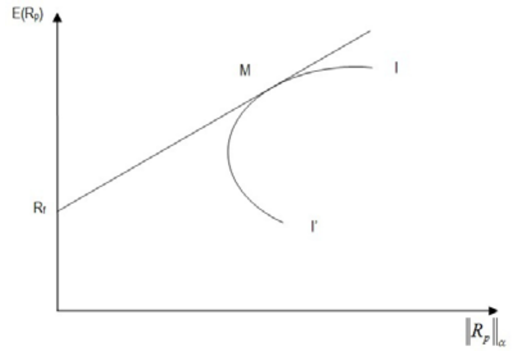
Model CAPM dibangun berdasarkan sejumlah asumsi standar sebagai berikut (Belkacem, Vehel & Walter, 2000):

1. Semua investor memiliki harapan yang homogen (homogeneous expecation) mengenai *asset return*
2. Distribusi peluang gabungan dari semua *asset return* berdistribusi Levy-*stable* dimana diasumsikan bahwa efek dari perubahan nilai harga *asset* baik positif maupun negatif sama (asumsi simetri)
3. Semua investor bersifat *risk averse*
4. Seorang investor dapat meminjamkan (lending) sejumlah dananya atau meminjam (borrowing) sejumlah dana dalam jumlah tak terbatas pada tingkat suku bunga bebas resiko (*risk free rate*)
5. Pasar modal bersifat sempurna dan tidak ada seorang individu dapat mempengaruhi harga suatu aktiva dengan kegiatan membeli atau menjual aktiva tersebut. Investor secara keseluruhan bukan secara individu menentukan harga dari aktiva
6. Pasar modal berada dalam kondisi *equlibrium*, yakni nilai *excess demand* bernilai nol

b. Penjabaran CAPM

Dalam kasus hipotesa *stability*, CAPM telah dianalisa pada sejumlah literatur, yakni Fama (1971), Arad (1975), Gamrowski dan Rachev (1999) dan Belkacem *et al.* (2000). Analisa berikut dijelaskan berdasarkan Belkacem *et al*. (2000).

Berdasarkan asumsi dari model, diketahui semua investor memiliki ekspektasi yang homogen dan mereka dapat meminjam atau meminjami sejumlah dana dengan *rate* yang sama sehingga mereka akan memandang himpunan kesempatan investasi yang sama (pandang Gambar 1).



Gambar 1. Himpunan kesempatan investasi yang dibangun berdasarkan kombinasi aset beresiko dan pasar portofolio.

Dalam keadaan equilibrium, nilai portofolio dari aset-aset beresiko yang akan dicoba untuk dikombinasikan oleh seorang investor dengan aset bebas resiko akan identik dengan kombinasi yang diambil oleh investor-investor lain. Aset-aset beresiko akan di tentukan berdasarkan nilai bobot dalam pasar. Semua investor akan memilih kombinasi dari aset bebas resiko dan portofolio M pada himpunan kesempatan investasi yang sama yang disebut sebagai *the capital market line* (lihat gambar 1).

Berdasarkan persamaan (4), garis ini memberikan hubungan yang sederhana diantara tingkat resiko dan nilai *return* untuk portofolio yang efisien dari aset-aset. Dengan demikian, persamaan dari *the capital market line* akan berbentuk:

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\|R_m\|_\alpha}\|R_p\|_\alpha \qquad (5)$$

dimana R_m menyatakan nilai dari portofolio pasar. Selanjutnya, untuk membangun model CAPM, pandang asumsi-asumsi dari model yang telah diberikan didepan. Misalkan dimiliki portofolio P dengan θ bagian di investasikan untuk aset beresiko I dan (1 - θ) untuk portofolio pasar M. Maka diperoleh portofolio $P = \theta I + (1 - \theta)M$. Nilai return untuk P adalah

$$R_p = \theta R_i + (1-\theta)R_m$$

Dari asumsi (2) di peroleh, karena $R_i - E(R_i)$ dan $R_m - E(R_m)$ memiliki distribusi gabungan bersama SαS dengan $\alpha > 1$, maka diperoleh nilai mean dan parameter skala dari R_p adalah

$$E(R_p) = \theta E(R_i) + (1-\theta)E(R_m)$$

$$\|R_p\|_\alpha^\alpha = \int_{S_2} |\theta s_1 + (1-\theta)s_2|^\alpha \, \Gamma(ds)$$

Sehingga diperoleh

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial\theta} = E(R_i) - E(R_m)$$

$$\frac{\partial \|R_p\|_\alpha^\alpha}{\partial\theta} = \alpha \|R_p\|_\alpha^{\alpha-1} \frac{\partial \|R_p\|_\alpha}{\partial\theta}$$

$$= \alpha \int_{S_2} (s_1 - s_2)(\theta s_1 + (1-\theta)s_2)^{<\alpha-1>} \Gamma(ds)$$

dan lebih lanjut,

$$\frac{\partial \|R_p\|_\alpha}{\partial\theta} = \frac{1}{\|R_p\|_\alpha^{\alpha-1}} \int_{S_2} (s_1 - s_2)(\theta s_1 + (1-\theta)s_2)^{<\alpha-1>} \Gamma(ds)$$

Di titik M, $\theta = 0$ dan $\|R_p\|_\alpha = \|R_m\|_\alpha$, sehingga diperoleh

$$\left.\frac{\partial \|R_p\|_\alpha}{\partial\theta}\right|_{\theta=0} = \frac{1}{\|R_m\|_\alpha^{\alpha-1}} \int_{S_2} (s_1 - s_2) s_2^{<\alpha-1>} \Gamma(ds)$$

$$= \frac{1}{\|R_m\|_\alpha^{\alpha-1}} \left(\int_{S_2} s_1 s_2^{<\alpha-1>} \Gamma(ds) - \int_{S_2} s_2^\alpha \Gamma(ds) \right)$$

$$= \frac{1}{\|R_m\|_\alpha^{\alpha-1}} ([R_i, R_m]_\alpha - \|R_m\|_\alpha^\alpha)$$

Nilai slope dari risk-return trade off (kurva *IMI'* pada gambar 1) yang dievaluasi pada titik *M*, pada market e*quilibrium* adalah

$$\frac{\partial E(R_p)}{\partial \|R_p\|_\alpha} = \frac{\frac{\partial E(R_p)}{\partial\theta}}{\frac{\partial \|R_p\|_\alpha}{\partial\theta}} = \frac{\|R_m\|_\alpha^{\alpha-1} \left(E(R_i) - E(R_m) \right)}{([R_i, R_m]_\alpha - \|R_m\|_\alpha^\alpha)}$$

Nilai slope ini sama dengan nilai slope dari *Capital Market Line*, lihat Gambar 1, yakni diperoleh

$$\frac{E(R_m) - R_f}{\|R_m\|_\alpha} = \frac{\|R_m\|_\alpha^{\alpha-1} \left(E(R_i) - E(R_m) \right)}{([R_i, R_m]_\alpha - \|R_m\|_\alpha^\alpha)}$$

Atau

$$E(R_i) - R_f = \frac{[R_i, R_m]_\alpha}{\|R_m\|_\alpha^\alpha} \left(E(R_m) - R_f \right)$$

Persamaan ini dapat ditulis menjadi

$$E(R_i) - R_f = \beta_i \left(E(R_m) - R_f \right) \qquad (6)$$

dengan

$$\beta_i = \frac{[R_i, R_m]_\alpha}{\|R_m\|_\alpha^\alpha} \qquad (7)$$

Persamaan diatas adalah bentuk persamaan equlibrium yang diperluas untuk menggambarkan hubungan antara resiko dan return untuk suatu asset. Persamaan ini merupakan generalisasi dari CAPM yang didefinisikan dibawah asumsi return berdistribusi Gaussian ke bentuk CAPM dibawah asumsi stable,yakni persamaan ini dapat dipandang sebagai bentuk "stable" CAPM. β_i merupakan "koefisien beta yang diperumum" yang mengukur besarnya volatilitas dari *rate of return* dari asset.

Catatan: Andaikan return berasal dari distribusi normal (yakni α=2), maka dengan sifat fungsi covariation, diperoleh

$$E(R_i) - R_f = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)}\left(E(R_m) - R_f\right)$$

yang telah diketahui merupakan bentuk CAPM dari Sharpe-Lintner-Mossin.

Selanjutnya, jika dimiliki $P = \sum_{i=1}^{d} \theta_i Y_i$ adalah portofolio dari asset. Maka "koefisien beta yang diperumum dari portofolio" β_p adalah kombinasi linear dari nilai individu "koefisien beta yang diperumum" β_i,

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{d} \theta_i \beta_i$$

Aplikasi

Untuk ilustrasi dari metode yang didiskusikan diatas, digunakan data penutupan harian dari 6 saham LQ45 yang diperdagangkan di Bursa Efek Indonesia, selama periode 1 Januari 2003 sampai 31 Desember 2007. Selanjutnya data ditransformasikan menjadi return harian $Y_t = \ln(X_{t+1} / X_t), t = 1, \cdots, N-1$.

Untuk menunjukkan bahwa data berdistribusi *stable,* dapat dilakukan dengan cara melihat estimasi nilai α pada sejumlah horizon waktu (misal harian, mingguan, bulanan, dan lain-lain). Apabila nilai estimasi dari α relatif konstan, dan berada dibawah 2,

Table 1. Nilai estimasi dari α untuk sejumlah interval waktu.

Frekuensi (hari)		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Rata-rata
Ukuran sample		1211	605	403	302	242	201	173	151	134	121	
LQ45	Index LQ45	1,76	1,58	1,53	1,53	1,68	1,86	1,81	1,80	1,61	1,77	1,69 ±0,079
IHSG	Composite Index	1,62	1,56	1,57	1,49	1,61	1,72	1,80	1,87	1,75	1,80	1,68±0,080
BBNI	Bank Negara Indonesia	1,14	1,43	1,43	1,33	1,38	1,48	1,49	1,66	1,44	1,36	1,42±0,083
BBCA	Bank Central Asia	1,83	1,85	1,80	1,75	1,62	1,56	1,90	1,91	1,69	1,72	1,76±0,074
GGRM	Gudang Garam Tbk	1,62	1,41	1,68	1,54	1,47	1,63	1,78	1,55	1,48	1,66	1,58±0,071
AALI	Astra Agro Lestari	1,63	1,65	1,85	1,78	1,93	1,78	1,95	1,47	1,87	1,72	1,76±0,095
INDF	Indofood Sukses	1,74	1,78	1,70	1,68	1,80	1,64	1,73	1,77	1,68	1,70	1,72±0,031
TLKM	Telekomunikasi Indonesia	1,79	1,77	1,70	1,85	1,84	1,77	1,87	1,95	1,52	1,89	1,80±0,076

Tabel 2.Nilai estimasi Beta untuk kasus stable dan Gaussian

Code	Stocks	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}_2^{CAPM}$	$\hat{\beta}_\alpha^{CAPM}$	$\left\lvert\frac{\hat{\beta}_\alpha^{CAPM} - \hat{\beta}_2^{CAPM}}{\hat{\beta}_2^{CAPM}}\right\rvert$
BBNI	Bank Negara Indonesia	1,42	0,8105	1,0225	26,16
BBCA	Bank Central Asia	1,76	0,8868	0,8867	0,02
GGRM	Gudang Garam Tbk	1,58	0,6004	0,6003	0,02
AALI	Astra Agro Lestari	1,76	0,7974	0,8249	3,46
INDF	Indofood Sukses	1,72	0,9982	1,0247	2,66
TLKM	Telekomunikasi Indonesia	1,80	1,1392	1,2299	7,96

maka dapat disimpulkan secara umum data berdistribusi *stable non normal* (lihat misal Rosadi dan Deistler, 2010). Untuk itu dalam studi ini dihiitung nilai estimasi bagi α dalam horizon waktu $j = 1, 2, \cdots, 10$, dimana pilihan maksimum $j = 10$ hari disini hanya karena dibatasi oleh panjang data. Hasil *fitting* dengan distribusi stable non-normal diberikan dalam Tabel 1.

Terlihat dari tabel ini nilai estimasi untuk α bervariasi antara 1.45 sampai dengan 1.95 sehingga disimpulkan data mengikuti distribusi *stable* dengan nilai $\hat{\alpha}$ rata-rata disekitar $\hat{\alpha} = 1.7$. Nilai α ini sangat mirip dengan hasil yang dilaporkan dalam literatur untuk data dari beberapa pasar modal lain (lihat misal Belkacem *et. al*, 2000).

Selanjutnya, dengan menggunakan persamaan (2), (3) dan (7) dan indeks LQ45 sebagai nilai "proxy" dari market, hasil-hasil yang telah diperoleh diatas diaplikasikan untuk mengestimasi koefisien beta dari model CAPM *stable* dan CAPM Gaussian. Hasil estimasi dari koefisien dirangkum dalam Tabel 2 berikut. Dari hasil ini diperoleh ada tiga aset yang bersifat responsive (INDF, INTP, TLKM), sedangkan aset yang lain kurang sensitif terhadap perubahan nilai pasar.

Untuk lebih memperjelas pentingnya hasil yang diperoleh diatas, pandang saham BBNI. Jika digunakan model CAPM ”Gaussian”, akan diperoleh estimasi untuk beta adalah masing-masing sebesar 0,8105. Apabila digunakan nilai α yang lebih realistis, yakni diketahui $\alpha < 2$ untuk kedua saham, diperoleh estimasi untuk beta masing-masing adalah sebesar 1.0225, yakni terjadi peningkatan sebesar 26,16 %.

Dengan kata lain, sensitifitas dari saham BBNI terhadap perubahan portofolio pasar (market portofolio) akan lebih besar (baik) dibandingkan dengan hasil yang diperoleh dengan menggunakan CAPM ”Gaussian”. Fenomena yang sama terjadi pula untuk saham-saham lain, dengan peningkatan yang bervariasi untuk koefisien beta. Hasil ini memberikan konsekuensi penting, proporsi dari setiap saham dalam portofolio yang dibentuk dibawah asumsi stable-non normal akan berbeda dibanding dengan portofolio dibawah asumsi normalitas. Jika digunakan asumsi normal (yang keliru) terhadap distribusi dari *asset return,* maka akan terjadi *underevaluation* terhadap nilai beta (nilai resiko) dan juga diperoleh alokasi portofolio yang tidak optimal. Dengan demikian pemodelan CAPM klasik yang didasari atas pendekatan mean-variance secara umum akan memberikan kesimpulan yang salah (misleading) dan bersifat tidak efisien dalam konteks CAPM ”stable”.

KESIMPULAN

Model CAPM *stable* memberikan bentuk model (yang digeneralisasi) untuk mengevaluasi hubungan diantara faktor resiko dan nilai harapan *return* dari portofolio. Telah ditunjukkan diatas bahwa bentuk CAPM dibawah asumsi *stability* memiliki bentuk yang ekuivalen dengan CAPM dalam asumsi klasik (Gaussian). Model CAPM *stable* berbeda dibandingkan dengan model CAPM klasik karena dapat memodelkan resiko yang besar (high risk) yang disebabkan nilai variasi yang besar (high variation) dari pasar. Dengan demikian, CAPM ”stable” akan merupakan alat yang bermanfaat untuk investor yang ingin memaksimumkan nilai *trade-off* diantara resiko dan *return*. Secara umum dapat dikatakan bahwa jika data berasal dari proses *stable-non normal*, portofolio yang dibentuk berdasarkan model CAPM klasik (diturunkan berdasarkan pendekatan mean-variansi) bersifat tidak efisien, karena sejumlah informasi penting mengenai struktur resiko dari kesempatan investasi yang berbeda tidak dapat diamati. Lebih lanjut, dalam konteks CAPM *stable* dengan CAPM “Gaussian“ akan terjadi *underestimate* harga dari risiko nyata, karena model ini dibangun dengan konsep distribusi peluang yang kurang cocok dengan sifat-sifat pasar nyata. Berdasarkan analisa empiris, untuk membentuk portofolio dari saham LQ45 berdasarkan analisa CAPM, dianjurkan untuk menggunakan CAPM yang dibentuk berdasarkan asumsi *stable non -normal*, seperti yang telah dibahas dalam penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Arad WR. 1975. *The implication of a Long-Tailed Distribution Structure to Selection and Capital Asset Pricing*, PhD Thesis, Princeton University.

Belkacem L, Vehel JL & Walter, C. 2000. CAPM, Risk and Portofolio Selection in α-stable markets, *Fractals*. **8:** 99-116.

Black. 1972. Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing, *Journal of Business*. **45:** 444-454 .

Fama EF. 1971. Risk, Return and Equilibrium, *Journal of Political Economy.* **77**: 31-55.

Gamrowski B & Rachev ST. 1999. A testable version of the Pareto-Stable CAPM, *Mathematical and Computer Modeling*. **29:** 61-82.

Lintner. 1965. The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets, *Review of Economics and Statistic*s, **47:** 13-37.

Markowitz H. 1959. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley, New York.

Nikias CL & Shao M. 1995. *Signal Processing with α-Stable Distributions and Applications*. Wiley.New York.

Rachev ST & Mittnik S. 2000. *Stable Paretian Models in Finance*, Wiley, Chichester.

Riskmetrics Group, 1996, *Riskmetrics- Technical Document*, 4^{th} edition, http://www.riskmetrics.com/research/techdoc/index.cgi [10 Januari 2010].

Rydberg. 1997. Realistic Statistical Modeling of Financial data, *Proceedings of 51th International Statistical Institute Conference*, Istambul.

Rosadi D & Deistler M. 2010. Estimating the Codifference Function of Linear Time Series Models with Infinite Variance. Diterima untuk dipublikasikan di *Metrika*, Springer Verlag.

Samorodnitsky G & Taqqu MS. 1994. *Stable Non-Gaussian Processes: Stochastic Models with Infinite Variance*. Chapman and Hall. New York.

Sharpe. 1964. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditional Risk, *Journal of Finance*, **19:** 425-442.