

Pengembangan Model Probabilistik Fuzzy Multiobjektif Solid Transportasi Pada Sistem Pengangkutan

Improved of Multiobjective Fuzzy Probabilistic Solid Transportation Models in Transportation Systems

Eka Susanti^{*}, Oki Dwipurwani, Novi Rustiana Dewi, Wanodya Eka Prahesti, Indri Yune Safira
Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya

*E-mail: eka_susanti@mipa.unsri.ac.id

ABSTRACT

Transportation activities are stages in the product distribution system. The purpose of the transport system is to minimize the total cost. If there is more than one objective function and consider more than one type of vehicle, it is called a multiobjective solid transportation problem. In some cases, the parameter transportation model is under uncertainty. A probabilistic and fuzzy approach can be used. This research introduces a probabilistic fuzzy multiobjective solid transportation model where the source, destination and vehicle parameters follow the Pareto distribution. A triangular fuzzy number expresses the coefficient of the objective function. The obtained model is applied to the problem of the metal crate transportation system. There are two objective functions; the first is the objective function to minimize the total cost. The second is the objective function to minimize the total transportation time. Three types of vehicles are considered: HDL, Engkel and Wingbox. The result is that the total cost is Rp. 3836595, and the total time is 757.245 minutes or 13 hours.

Keywords: Fuzzy, multiobjective, probabilistic.

PENDAHULUAN

Kegiatan transportasi atau pengangkutan produk merupakan salah satu tahapan dalam proses rantai pasok. Secara umum, tujuan dalam kegiatan transportasi adalah menyampaikan produk dengan waktu yang minimum. Beberapa kajian dalam permasalahan transportasi diantaranya adalah bagaimana menentukan rute pengiriman dan jumlah optimal yang harus dikirim untuk meminimumkan total waktu. Pada penelitian (Chen *et al.*, 2020) dibahas masalah pengangkutan barang menggunakan model transportasi dengan mempertimbangkan faktor emisi kendaraan. Permasalahan transportasi, persediaan dan perutean kendaraan, penjadwalan dapat dipertimbangkan dalam manajemen rantai pasok (Sherif *et al.*, 2021; Tamannaei & Rasti-Barzoki, 2019). Pembahasan mengenai sistem transportasi di wilayah perkotaan dengan mempertimbangkan faktor kesehatan diberikan oleh (Glazener *et al.*, 2021). Kajian permasalahan transportasi di perkotaan dengan mempertimbangkan faktor penggunaan lahan dilakukan oleh (Ahmed *et al.*, 2021). Penyelesaian model transportasi menggunakan ANN diperkenalkan oleh (Wu *et al.*, 2021) dan metode metaheuristik (Tang, 2020).

Beberapa penelitian masalah transportasi yang telah dijelaskan adalah permasalahan transportasi dengan satu fungsi tujuan. Pada

beberapa kasus, terdapat lebih dari satu tujuan yang akan dicapai dalam sistem transportasi. Masalah transportasi dengan beberapa fungsi tujuan disebut dengan transportasi multiobjektif. Jika dalam pembahasan masalah transportasi mempertimbangkan jenis kendaraan maka disebut dengan transportasi solid. Nilai parameter fungsi tujuan dan kendala pada model transportasi pada kasus tertentu tidak dapat dinyatakan dengan pasti sehingga pendekatan *fuzzy*, stokastik dan probabilistik dapat diterapkan.

Berikut diberikan beberapa penelitian terkait pembahasan masalah transportasi dan transportasi solid multiobjektif dengan ketidakpastian parameter. Pada (Bagheri *et al.*, 2020) dibahas masalah transportasi *fuzzy* multiobjektif dengan *fuzzy* DEA. Algoritma dan pemrograman untuk penyelesaian masalah solid transportasi diperkenalkan oleh (Adhami & Ahmad, 2020) dan (Satyanarayana Murthy, 2015) dengan menyatakan fungsi keanggotaan *fuzzy* kuadrat. Prosedur penyelesaian masalah transportasi multiobjektif dan fuzzy diberikan oleh (Gowthami & Prabakaran, 2019, Srinivasan *et al.*, 2021). Konsep stokastik juga dapat diterapkan dalam penyelesaian masalah transportasi (Singh *et al.*, 2019). Jika diasumsikan bahwa nilai parameter model tidak dapat dinyatakan secara pasti dan mengikuti

distribusi peluang tertentu maka pendekatan probabilistik *fuzzy* dapat diterapkan.

Pendekatan *fuzzy* dan probabilistik diterapkan oleh (Kakran & Dhodiya, 2020) dalam permasalahan solid transportasi multiobjektif. Diasumsikan bahwa parameter kendala mengikuti distribusi normal. Pada beberapa kasus, kapasitas kendaraan, kemampuan sumber dan permintaan tujuan memiliki batas maksimal dan minimal sehingga parameter model transportasi dapat diasumsikan mengikuti distribusi Pareto. Pada penelitian ini dilakukan formulasi model transportasi dengan dua fungsi tujuan, kapasitas kendaraan, kapasitas sumber dan tujuan diasumsikan berdistribusi Pareto, serta koefisien fungsi tujuan dinyatakan dengan bilangan *fuzzy* segitiga. Bilangan *fuzzy* segitiga yang digunakan adalah *left TFN* hal ini berkaitan dengan fungsi tujuan untuk kasus minimum.

Model transportasi dengan parameter *fuzzy* dan probabilistik lebih dari satu fungsi tujuan selanjutnya disebut model probabilistik *fuzzy* multiobjektif solid transportasi dan disingkat model PFMOST. Sebagai contoh penerapan diberikan permasalahan transportasi pada sistem pengangkutan *metal crates*.

METODE

Pada penelitian ini, tahapan penyelesaian dibagi menjadi dua, yaitu tahapan studi literatur dan tahapan penerapan model. Tahapan studi literatur adalah kajian pustaka untuk merumuskan model PFMOST berdistribusi Pareto. Tahapan penerapan model adalah menerapkan model yang diperoleh dari kajian literatur ke permasalahan pengangkutan *metal crates*. *Metal crates* adalah suatu wadah yang terbuat dari baja untuk mengangkut karet olahan. Berikut diberikan tahapan penelitian.

1. Studi literatur.

Model PFMOST dikembangkan dari model transportasi dengan parameter berdistribusi normal yang diperkenalkan oleh (Kakran & Dhodiya, 2020).

2. Penerapan model

Berikut diberikan tahapan dalam penerapan model pada masalah pengangkutan *metal crates*

2.1 Pengumpulan dan penyajian data pengangkutan.

Data yang digunakan adalah data primer untuk parameter waktu pengangkutan. Data sekunder untuk parameter biaya, kapasitas sumber, tujuan dan kendaraan angkut.

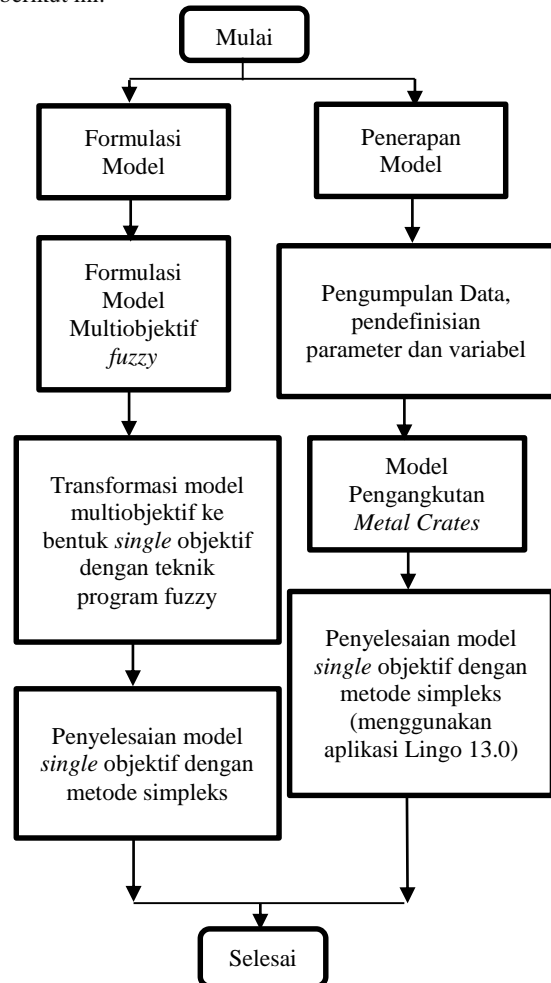
2.2 Mendefinisikan nilai parameter kendala sebagai parameter probabilistik berdistribusi Pareto dan parameter fungsi tujuan sebagai parameter *fuzzy*. Bilangan

fuzzy yang digunakan adalah bilangan *fuzzy* segitiga.

2.3 Merumuskan model PFMOST untuk kasus pengangkutan *metal crates*.

2.4 Menyelesaikan model PFMOST menggunakan Teknik program *fuzzy* (Kakran & Dhodiya, 2020) dan software Lingo 13.0.

Tahapan penelitian diberikan pada Gambar 1 berikut ini.



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model transportasi merupakan salah satu kasus khusus dalam masalah program linier yang bertujuan untuk mengangkut produk dari berbagai asal atau pabrik ke tujuan yang berbeda dengan biaya total minimum. Model transportasi terdiri dari m sumber dan n tujuan yang saling berhubungan. Masalah transportasi sederhana dapat diformulasikan dalam bentuk model sebagai berikut:

Minimumkan:

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \tag{1}$$

dengan kendala :

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq a_i ; i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \geq b_j ; j = 1,2, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0 ; \forall i, j$$

Keterangan:

- c_{ij} : Biaya transportasi per unit produk dari sumber i ke tujuan j
- x_{ij} : Jumlah produk yang akan didistribusikan dari sumber i ke tujuan j
- a_i : Jumlah persediaan produk pada sumber i
- b_j : Jumlah permintaan produk pada tujuan j

Model transportasi dengan beberapa tujuan dan mempertimbangkan kendala jenis alat angkut disebut dengan model Multiobjektif Solid transportasi. Berikut diberikan model multiobjektif solid transportasi dengan dua fungsi tujuan.

$$\text{Min } Z_1 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk}x_{ijk}$$

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l t_{ijk}x_{ijk} \tag{2}$$

dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq a_i ; i = 1,2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq b_j ; j = 1,2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k ; k = 1,2, \dots, l$$

$$x_{ijk} \geq 0 ; \forall i, j, k$$

Keterangan:

- c_{ijk} : Biaya transportasi per unit produk dari sumber i ke tujuan j menggunakan l kendaraan.
- x_{ijk} : Jumlah produk yang akan didistribusikan dari sumber i ke tujuan j menggunakan l kendaraan.
- t_{ijk} : Waktu pendistribusian per unit produk dari sumber i ke tujuan j menggunakan l kendaraan.
- a_i : Banyak persediaan produk pada sumber

ke i

- b_j : Banyak permintaan produk pada tujuan j
- e_k : Banyak produk yang akan dikirim menggunakan kendaraan k

Nilai parameter model transportasi dengan ketidakpastian dapat dinyatakan dengan bilangan fuzzy segitiga. Representasi kurva segitiga adalah gabungan antara representasi linier naik dan representasi linier turun.

Bilangan fuzzy segitiga $\tilde{A} = (a, b, c)$ adalah himpunan fuzzy yang didefinisikan pada himpunan bilangan riil dengan fungsi keanggotaannya didefinisikan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 ; x \leq a \text{ atau } x > c \\ \frac{x-a}{b-a} ; a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} ; b \leq x \leq c \end{cases} \tag{3}$$

Keterangan:

- $\mu_{\tilde{A}}(x)$: Fungsi keanggotaan
- a : Nilai domain terendah dengan derajat keanggotaan nol (*lower bound*)
- b : Nilai domain dengan derajat keanggotaan satu (*the mode*)
- c : Nilai domain tertinggi dengan derajat keanggotaan nol (*upper bound*)
- \tilde{A} : Bilangan fuzzy segitiga
- x : Nilai domain
- $\mu_{\tilde{A}}$: Nilai derajat keanggotaan

Menurut (Barik, 2015) *Probability Density Function* (PDF) pada distribusi pareto untuk dua parameter adalah sebagai berikut :

$$f(b_i) = \frac{p_i(q_i)^{p_i}}{b_i^{(p_i+1)}} \tag{4}$$

Dari (4) dapat dirumuskan *mean* (\bar{b}_i) dan variansi $Var(b_i)$ dari PDF yaitu sebagai berikut:

$$\bar{b}_i = \frac{p_i q_i}{p_i - 1}, \quad p_i > 1, i = 1,2, \dots, m \tag{5}$$

dan

$$Var(b_i) = \frac{p_i q_i^2}{(p_i - 1)^2 (p_i - 2)}, \quad p_i > 1, i = 1,2, \dots, m \tag{6}$$

Keterangan

- b_i = Variabel acak
- \bar{b}_i = Rata-rata (*mean*) dari PDF
- $Var(b_i)$ = Variansi dari PDF
- p_i = Parameter bentuk (*shape*) ke i
- q_i = Parameter skala (*scale*) ke i

Menurut (Kakran & Dhodiya, 2020) Probabilistik *Fuzzy* Multiobjektif *Solid Transportation* (PFMOST) dapat diformulasikan dalam bentuk model berikut ini:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z_1 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{c}_{ijk} x_{ijk} \\ \text{Min } Z_2 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{t}_{ijk} x_{ijk} \end{aligned} \quad (7)$$

dengan kendala :

$$\begin{aligned} \Pr \left(\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} - a_i \leq 0 \right) &\geq \gamma_i ; i \\ &= 1, 2, \dots, m \\ \Pr \left(b_j - \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq 0 \right) &\geq \beta_j ; j \\ &= 1, 2, \dots, n \\ \Pr \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} - e_k \leq 0 \right) &\geq \delta_k ; k = 1, 2, \dots, l \\ x_{ijk} &\geq 0 ; \forall i, j, k \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (6) dan (7) dapat diformulasi model PFMOST dengan dua fungsi tujuan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z_1 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{c}_{ijk} x_{ijk} \\ \text{Min } Z_2 &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{t}_{ijk} x_{ijk} \end{aligned} \quad (8)$$

dengan kendala :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} &\leq \frac{q_i}{(1 - \gamma_i)^{\frac{1}{p_i}}} ; i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} &\geq \frac{q_j}{(1 - \beta_j)^{\frac{1}{p_j}}} ; j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} &\leq \left(\frac{q_k}{(1 - \delta_k)^{\frac{1}{p_k}}} \right)^7 ; k = 1, 2, \dots, l \end{aligned}$$

$$x_{ijk} \geq 0 ; \forall i, j, k$$

Keterangan:

\tilde{c}_{ijk} : Biaya transportasi per unit produk *fuzzy* acak dari sumber i ke tujuan j menggunakan kendaraan k .

x_{ijk} : Jumlah produk yang akan didistribusikan dari sumber i menuju tujuan j menggunakan kendaraan k .

\tilde{t}_{ijk} : Waktu pendistribusian per unit produk *fuzzy* acak dari sumber i ke tujuan j menggunakan kendaraan k .

γ_i : Tingkat kepercayaan (*confident level*) pada kendala sumber i

β_j : Tingkat kepercayaan (*confident level*) pada kendala tujuan j

δ_k : Tingkat kepercayaan (*confident level*) pada kendala kendaraan k

a_i : Banyak persediaan produk pada sumber i

b_j : Banyak permintaan produk pada tujuan j

e_k : Banyak produk yang akan dikirim menggunakan kendaraan k

Model (8) ditransformasi ke bentuk single objektif menggunakan Teknik program *fuzzy*. Nilai Z_r ($r = 1, 2$) ditentukan dengan fungsi keanggotaan linier sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \mu_r(Z_r) &= \begin{cases} 1 ; \text{jika } Z_r \leq L_r \\ \frac{U_r - Z_r}{U_r - L_r} ; \text{jika } L_r < Z_r < U_r \\ 0 ; \text{jika } Z_r \geq U_r \end{cases} ; \forall r \end{aligned} \quad (9)$$

Keterangan:

$\mu_r(Z_r)$ = Fungsi keanggotaan linier untuk fungsi tujuan r

Z_r = Fungsi tujuan ke- r

U_r = Nilai tertinggi untuk tujuan r

L_r = Nilai terendah untuk tujuan r

Menggunakan (9), model (8) dapat diformulasi ke bentuk *single* objektif dengan fungsi tujuan adalah derajat keanggotaan sebagai berikut.

$$\max \lambda$$

dengan kendala :

$$Z_r + \lambda(U_r - L_r) \leq U_r ; r = 1, 2 \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq \frac{q_i}{(1 - \gamma_i)^{\frac{1}{p_i}}} ; i = 1$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq \frac{q_j}{(1 - \beta_j)^{\frac{1}{p_j}}} ; j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq \left(\frac{q_k}{(1 - \delta_k)^{\frac{1}{p_k}}} \right)^7 ; k = 1, 2, \dots, l$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 ; x_{ijk} \geq 0 ; \forall i, j, k$$

Keterangan:

Z_r : Fungsi tujuan ke- r

U_r : Nilai tertinggi untuk tujuan r

L_r : Nilai terendah untuk tujuan r

- γ_i : Tingkat kepercayaan (*confident level*) pada kendala sumber i
- β_j : Tingkat kepercayaan (*confident level*) pada kendala tujuan j
- δ_k : Tingkat kepercayaan (*confident level*) pada kendala kendaraan k
- λ : Minimum dari fungsi keanggotaan atau $\min(\mu_r(Z_r))$

Sebagai penerapan model, pada penelitian ini diterapkan untuk permasalahan pengangkutan *metal crate*. Data yang digunakan adalah data primer dan sekunder yang diambil di PT. Elang Marin Sentosa (PT.EMS), terdiri dari data data kapasitas kendaraan, data biaya distribusi dan data waktu pengangkutan. Pada sistem pengangkutan. Sebagai sumber adalah PT. EMS (distributor *metal crates*). Terdapat 9 tujuan pengangkutan *metal crates*. Wilayah tujuan adalah pabrik-pabrik karet yang terdapat di Kota Palembang. Alat angkut yang digunakan adalah kendaraan jenis HDL, engkel, dan *wing box*. Data penelitian diberikan pada Tabel 1 sampai dengan Tabel 6 berikut ini:

Tabel 1. Biaya distribusi metal crates menggunakan HDL

Tujuan	Biaya
D_1	$\tilde{C}_1 = (320000; 320000; 325.000)$
D_2	$\tilde{C}_2 = (305000; 305000; 310000)$
D_3	$\tilde{C}_3 = (295000; 295000; 300000)$
D_4	$\tilde{C}_4 = (280000; 280000; 285000)$
D_5	$\tilde{C}_5 = (315000; 315000; 320000)$
D_6	$\tilde{C}_6 = (230000; 230000; 235000)$
D_7	$\tilde{C}_7 = (260000; 260000; 265000)$
D_8	$\tilde{C}_8 = (255000; 255000; 260000)$
D_9	$\tilde{C}_9 = (320000; 320000; 325000)$

Sumber: PT. Elang Marin Sentosa

Tabel 2. Biaya distribusi metal crates menggunakan Engkel

Tujuan	Sumber
D_1	$\tilde{C}_1 = (370000; 370000; 375000)$
D_2	$\tilde{C}_2 = (355000; 355000; 360000)$
D_3	$\tilde{C}_3 = (345000; 345000; 350000)$
D_4	$\tilde{C}_4 = (330000; 330000; 335000)$
D_5	$\tilde{C}_5 = (365000; 365000; 370000)$
D_6	$\tilde{C}_6 = (280000; 280000; 285000)$
D_7	$\tilde{C}_7 = (310000; 310000; 315000)$
D_8	$\tilde{C}_8 = (305000; 305000; 310000)$
D_9	$\tilde{C}_9 = (370000; 370000; 375000)$

Sumber : PT. Elang Marin Sentosa

Tabel 3. Biaya distribusi metal crates menggunakan Wing Box

Tujuan	Biaya
D_1	$\tilde{C}_1 = (470000; 470000; 475000)$
D_2	$\tilde{C}_2 = (455000; 455000; 460000)$
D_3	$\tilde{C}_3 = (445000; 445000; 450000)$
D_4	$\tilde{C}_4 = (430000; 430000; 435000)$
D_5	$\tilde{C}_5 = (465000; 465000; 470000)$
D_6	$\tilde{C}_6 = (380000; 380000; 385000)$
D_7	$\tilde{C}_7 = (410000; 410000; 415000)$
D_8	$\tilde{C}_8 = (405000; 405000; 410000)$
D_9	$\tilde{C}_9 = (470000; 470000; 475000)$

Sumber : PT. Elang Marin Sentosa

Tabel 4. Estimasi waktu dari sumber ke tujuan menggunakan HDL

Tujuan	Sumber
D_1	$\tilde{T}_1 = (59; 59; 63)$
D_2	$\tilde{T}_2 = (54; 54; 58)$
D_3	$\tilde{T}_3 = (47; 47; 50)$
D_4	$\tilde{T}_4 = (44; 44; 47)$
D_5	$\tilde{T}_5 = (59; 59; 61)$
D_6	$\tilde{T}_6 = (28; 28; 29)$
D_7	$\tilde{T}_7 = (39; 39; 45)$
D_8	$\tilde{T}_8 = (39; 39; 41)$
D_9	$\tilde{T}_9 = (61; 61; 65)$

Sumber : PT. Elang Marin Sentosa

Tabel 5. Estimasi waktu dari sumber ke tujuan menggunakan Engkel

Tujuan	Sumber
D_1	$\tilde{T}_1 = (84; 84; 88)$
D_2	$\tilde{T}_2 = (79; 79; 83)$
D_3	$\tilde{T}_3 = (71; 71; 75)$
D_4	$\tilde{T}_4 = (69; 69; 72)$
D_5	$\tilde{T}_5 = (84; 84; 86)$
D_6	$\tilde{T}_6 = (53; 53; 54)$
D_7	$\tilde{T}_7 = (64; 64; 70)$
D_8	$\tilde{T}_8 = (64; 64; 66)$
D_9	$\tilde{T}_9 = (85; 85; 90)$

Sumber : PT. Elang Marin Sentosa

Pada Tabel 1 diberikan data biaya distribusi menggunakan kendaraan jenis HDL. Data biaya dinyatakan dengan bilangan *fuzzy* segitiga.

Waktu pengangkutan dari sumber ke tujuan diberikan pada Tabel 4, Tabel 5 dan Tabel 6. Waktu pengangkutan dinyatakan dengan bilangan *fuzzy* segitiga dengan memperhatikan waktu tertinggi, terendah dan waktu rata-rata.

Tabel 6. Estimasi waktu dari sumber ke tujuan menggunakan Wing Box

Tujuan	Sumber
D_1	$\tilde{T}_1 = (97; 97; 106)$
D_2	$\tilde{T}_2 = (92; 92; 101)$
D_3	$\tilde{T}_3 = (84; 84; 92)$
D_4	$\tilde{T}_4 = (82; 82; 89)$
D_5	$\tilde{T}_5 = (96; 96; 104)$
D_6	$\tilde{T}_6 = (66; 66; 73)$
D_7	$\tilde{T}_7 = (77; 77; 90)$
D_8	$\tilde{T}_8 = (77; 77; 84)$
D_9	$\tilde{T}_9 = (98; 98; 105)$

Sumber : PT. Elang Marin Sentosa

Berdasarkan data yang diperoleh model PFMOST dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Min } Z_1 = 4571,43x_{111} + 3083,33x_{112} + \dots + 3083,33x_{192} + 3263,89x_{193}$$

$$\text{Min } Z_2 = 0,84x_{111} + 0,7x_{112} + \dots + 0,71x_{192} + 0,68x_{193}$$

dengan kendala:

$$\Pr(x_{111} + x_{112} + \dots + x_{192} + x_{193} - 23.071 \leq 0) \geq 0,01$$

$$\Pr(160 - (x_{111} + x_{112} + x_{113}) \leq 0) \geq 0,06$$

$$\Pr(180 - (x_{121} + x_{122} + x_{123}) \leq 0) \geq 0,05$$

$$\Pr(195 - (x_{131} + x_{132} + x_{133}) \leq 0) \geq 0,05$$

$$\Pr(120 - (x_{141} + x_{142} + x_{143}) \leq 0) \geq 0,04$$

$$\Pr(160 - (x_{151} + x_{152} + x_{153}) \leq 0) \geq 0,06$$

$$\Pr(150 - (x_{161} + x_{162} + x_{163}) \leq 0) \geq 0,05$$

$$\Pr(110 - (x_{171} + x_{172} + x_{173}) \leq 0) \geq 0,06$$

$$\Pr(55 - (x_{181} + x_{182} + x_{183}) \leq 0) \geq 0,04$$

$$\Pr(110 - (x_{191} + x_{192} + x_{193}) \leq 0) \geq 0,05$$

$$\Pr(x_{111} + x_{121} + \dots + x_{181} + x_{191} - 70 \leq 0) \geq 0,05$$

$$\Pr(x_{112} + x_{122} + \dots + x_{182} + x_{192} - 120 \leq 0) \geq 0,06$$

$$\Pr(x_{113} + x_{123} + \dots + x_{183} + x_{193} - 144 \leq 0) \geq 0,07 \tag{11}$$

Nilai parameter pada fungsi tujuan pertama Z_1 diperoleh dari nilai-nilai pada data biaya distribusi pada Tabel 1 sampai dengan Tabel 3 dibagi dengan kapasitas maksimum masing-masing kendaraan yaitu HDL sebanyak 70 *metal crates*, engkel sebanyak 120 *metal crates* dan *wing box* sebanyak 144 *metal crates*. Nilai parameter untuk fungsi tujuan kedua Z_2 diperoleh dari nilai-nilai pada data estimasi waktu pada tabel 4 sampai dengan tabel 6 dibagi dengan kapasitas maksimum kendaraan.

Variabel sumber pada kendala diperoleh dari data persediaan yaitu sebanyak 23071. Variabel permintaan pada kendala diperoleh dari data

permintaan terkecil pada setiap tujuan. Pada tujuan ke-1 yaitu sebanyak 160, pada tujuan ke-2 sebanyak 180, pada tujuan ke-3 sebanyak 195, pada tujuan ke-4 sebanyak 120, pada tujuan ke-5 sebanyak 160, pada tujuan ke-6 sebanyak 150, pada tujuan ke-7 sebanyak 110, pada tujuan ke-8 sebanyak 55 dan pada tujuan ke-9 sebanyak 110. Variabel kendaraan pada kendala diperoleh dari kapasitas maksimum kendaraan yaitu HDL sebanyak 70, engkel sebanyak 120 dan *wing box* sebanyak 144.

Nilai signifikansi adalah $\gamma_1 = 0,01; \beta_1 = 0,06; \beta_2 = 0,05; \beta_3 = 0,05; \beta_4 = 0,04; \beta_5 = 0,06; \beta_6 = 0,05; \beta_7 = 0,06; \beta_8 = 0,04; \beta_9 = 0,05; \delta_1 = 0,05; \delta_2 = 0,06; \delta_3 = 0,07$.

Variabel acak pada permasalahan ini mengikuti distribusi pareto, sehingga diperoleh rata-rata dari PDF (\bar{b}_i) untuk masing-masing sumber, tujuan, dan alat angkut sebagai berikut:

$$\bar{b}_1 = \frac{6802 + 7342 + \dots + 19451 + 23071}{12}$$

$$\bar{b}_1 = 13367,25$$

Maka dapat diperoleh nilai \bar{b}_i selanjutnya yaitu sebagai berikut:

$$\bar{b}_2 = 262,5; \bar{b}_3 = 300; \bar{b}_4 = 267; \bar{b}_5 = 230;$$

$$\bar{b}_6 = 303,71; \bar{b}_7 = 283; \bar{b}_8 = 287,5;$$

$$\bar{b}_9 = 109,17; \bar{b}_{10} = 187,4; \bar{b}_{11} = 57,22;$$

$$\bar{b}_{12} = 95,78; \bar{b}_{13} = 140,44$$

Selanjutnya, dapat ditentukan parameter skala (q_i) yang merupakan nilai minimum dari data persediaan, data permintaan dan data muatan *metal crates* sebagai berikut:

$$q_1 = 6802; q_2 = 160; q_3 = 180;$$

$$q_4 = 195; q_5 = 120; q_6 = 160;$$

$$q_7 = 150; q_8 = 110; q_9 = 55$$

$$q_{10} = 110; q_{11} = 46; q_{12} = 75$$

$$q_{13} = 122;$$

Tahapan selanjutnya adalah menentukan nilai parameter p_1 dengan $b_1 = \frac{p_1 q_1}{p_1 - 1}$

$$13367,25 = \frac{6802 p_1}{p_1 - 1}$$

$$13367,25 p_1 - 13367,25 = 6802 p_1$$

$$13367,25 p_1 - 6802 p_1 = 13367,25$$

$$p_1 = \frac{13367,25}{6565,25}$$

$$p_1 = 2,04$$

Berikut diberikan nilai parameter p_2 sampai dengan p_{13}

$$p_2 = 2,56; p_3 = 2,5; p_4 = 3,71; p_5 = 2,09$$

$$p_6 = 2,11; p_7 = 2,13; p_8 = 1,62; p_9 = 2,01$$

$p_{10} = 2,42; p_{11} = 5,1; p_{12} = 4,61;$
 $p_{13} = 7,61;$

Model PFMOST berdistribusi pareto dapat ditulis sebagai berikut:

$\text{Min } Z_1 = 4571,43x_{111} + 3083,33x_{112} + \dots + 3083,33x_{192} + 3263,89x_{193}$
 $\text{Min } Z_2 = 0,84x_{111} + 0,7x_{112} + \dots + 0,71x_{192} + 0,68x_{193}$
 dengan kendala:

$$x_{111} + x_{112} + \dots + x_{192} + x_{193} \leq \frac{q_1}{(1 - \gamma_1)^{\frac{1}{p_1}}}$$

$$x_{111} + x_{112} + x_{113} \geq \frac{q_2}{(1 - \beta_1)^{\frac{1}{p_2}}}$$

$$x_{121} + x_{122} + x_{123} \geq \frac{q_3}{(1 - \beta_2)^{\frac{1}{p_3}}}$$

$$x_{131} + x_{132} + x_{133} \geq \frac{q_4}{(1 - \beta_3)^{\frac{1}{p_4}}}$$

$$x_{141} + x_{142} + x_{143} \geq \frac{q_5}{(1 - \beta_4)^{\frac{1}{p_5}}}$$

$$x_{151} + x_{152} + x_{153} \geq \frac{q_6}{(1 - \beta_5)^{\frac{1}{p_6}}}$$

$$x_{161} + x_{162} + x_{163} \geq \frac{q_7}{(1 - \beta_6)^{\frac{1}{p_7}}}$$

$$x_{171} + x_{172} + x_{173} \geq \frac{q_8}{(1 - \beta_7)^{\frac{1}{p_8}}}$$

$$x_{181} + x_{182} + x_{183} \geq \frac{q_9}{(1 - \beta_8)^{\frac{1}{p_9}}}$$

$$x_{191} + x_{192} + x_{193} \geq \frac{q_{10}}{(1 - \beta_9)^{\frac{1}{p_{10}}}}$$

$$x_{111} + x_{121} + \dots + x_{181} + x_{191} \leq \left(\frac{q_{11}}{(1 - \delta_{10})^{\frac{1}{p_{11}}}} \right)^7$$

$$x_{112} + x_{122} + \dots + x_{182} + x_{192} \leq \left(\frac{q_{12}}{(1 - \delta_{11})^{\frac{1}{p_{12}}}} \right)^7$$

$$x_{113} + x_{123} + \dots + x_{183} + x_{193} \leq \left(\frac{q_{13}}{(1 - \delta_{12})^{\frac{1}{p_{13}}}} \right)^7$$

$x_{ijk} \geq 0; \forall i, j, k$ (12)

Berdasarkan nilai p_i dan q_i yang telah diperoleh sebelumnya maka dapat dituliskan kembali untuk kendala pada model (11) sebagai berikut:

$\text{Min } Z_1 = 4571,43x_{111} + 3083,33x_{112} + \dots + 3083,33x_{192} + 3263,89x_{193}$
 $\text{Min } Z_2 = 0,84x_{111} + 0,7x_{112} + \dots + 0,71x_{192} + 0,68x_{193}$
 dengan kendala:

$$x_{111} + x_{112} + \dots + x_{192} + x_{193} \leq 6835,659$$

$$(x_{111} + x_{112} + x_{113}) \geq 163,91282$$

$$(x_{121} + x_{122} + x_{123}) \geq 183,73126$$

$$(x_{131} + x_{132} + x_{133}) \geq 197,7159606$$

$$(x_{141} + x_{142} + x_{143}) \geq 122,3658$$

$$(x_{151} + x_{152} + x_{153}) \geq 164,7539$$

$$(x_{161} + x_{162} + x_{163}) \geq 154,4259275$$

$$(x_{171} + x_{172} + x_{173}) \geq 114,2834$$

$$(x_{181} + x_{182} + x_{183}) \geq 56,12539$$

$$(x_{191} + x_{192} + x_{193}) \geq 112,35523$$

$$x_{111} + x_{121} + \dots + x_{181} + x_{191} \leq 325,2554934$$

$$x_{112} + x_{122} + \dots + x_{182} + x_{192} \leq 532,0946298$$

$$x_{113} + x_{123} + \dots + x_{183} + x_{193} \leq 862,1780799$$
 (13)

Penyelesaian model PFMOST (13) berdistribusi pareto menggunakan metode teknik pemrograman *fuzzy*, langkah pertama yang dilakukan adalah dengan menetapkan nilai $U_{1,2}$ yaitu nilai terendah untuk $Z_{1,2}$ dan $L_{1,2}$ yaitu nilai tertinggi untuk $Z_{1,2}$. Berdasarkan himpunan bilangan *fuzzy* segitiga pada Tabel 1 sampai dengan Tabel 6 dengan fungsi tujuan biaya berbentuk $\tilde{C} = (g, g, h)$ dan fungsi tujuan waktu berbentuk $\tilde{T} = (r, r, s)$ maka dapat diperoleh nilai variabel x_{ijk} untuk Z_1 dan Z_2 sebagai berikut:

Tabel 7. Nilai Fungsi Tujuan

Z_1	Z_2
3.754.395,83	760,775
3.754.395,83	760,775
3.919.667,69	753,755
3.869.188,04	756,515

Dari Tabel 7 diperoleh nilai U_1 untuk nilai terbesar pada Z_1, L_1 untuk nilai terkecil pada Z_1, U_2 untuk nilai terbesar pada Z_2 dan L_2 untuk nilai terkecil pada Z_2 . Sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

$U_1 = 3.919.667,69$ $U_2 = 760,775$
 $L_1 = 3.754.395,83$ $L_2 = 753,755$

Model deterministik *single* objektif yang bersesuaian dengan (11) dirumuskan sebagai berikut:

$\max \lambda$

dengan kendala

$$\begin{aligned}
 &4571,43x_{111} + 3083,33x_{112} + \dots + \\
 &3083,33x_{192} + 3263,89x_{193} + \\
 &165.271,86\lambda \leq 3.919.667,69 \\
 &0,84x_{111} + 0,7x_{112} + \dots + 0,71x_{192} + \\
 &0,68x_{193} + 7,02\lambda \leq 760,775 \\
 &x_{111} + x_{112} + \dots + x_{192} + x_{193} \leq 6835,659 \\
 &(x_{111} + x_{112} + x_{113}) \geq 163,91282 \\
 &(x_{121} + x_{122} + x_{123}) \geq 183,73126 \\
 &(x_{131} + x_{132} + x_{133}) \geq 197,7159606 \\
 &(x_{141} + x_{142} + x_{143}) \geq 122,3658 \\
 &(x_{151} + x_{152} + x_{153}) \geq 164,7539 \\
 &(x_{161} + x_{162} + x_{163}) \geq 154,4259275 \\
 &(x_{171} + x_{172} + x_{173}) \geq 114,2834 \\
 &(x_{181} + x_{182} + x_{183}) \geq 56,12539 \\
 &(x_{191} + x_{192} + x_{193}) \geq 112,35523 \\
 &x_{111} + x_{121} + \dots + x_{181} + x_{191} \leq \\
 &325,2554934 \\
 &x_{112} + x_{122} + \dots + x_{182} + x_{192} \leq \\
 &532,0946298 \\
 &x_{113} + x_{123} + \dots + x_{183} + x_{193} \leq \\
 &862,1780799 \\
 &0 \leq \lambda \leq 1; x_{ijk} \geq 0; \forall i, j, k \quad (14)
 \end{aligned}$$

Penyelesaian model (14) menggunakan *software* LINGO 13.0. dan hasil yang diperoleh diberikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 0,5026; Z_1 = 3836595 \text{ (rupiah)} \\
 Z_2 &= 13 \text{ (jam)}; x_{113} = 164; x_{123} = 184; \\
 x_{132} &= 1; x_{133}=197; x_{142} = 123; x_{153} = \\
 165; x_{161} &= 68; x_{162} = 87; x_{172} = 115; \\
 x_{182} &= 57; x_{193} = 113; \\
 x_{111} &= x_{112} = x_{121} = x_{122} = x_{131} = x_{141} \\
 &= x_{143} = x_{151} = x_{152} \\
 &= x_{163} = x_{171} = x_{173} \\
 &= x_{181} = x_{183} = x_{191} \\
 &= x_{192} = 0
 \end{aligned}$$

Nilai $\lambda = 0,5026$. Nilai λ menunjukkan bahwa target capaian fungsi tujuan akan tercapai dengan derajat keanggotaan sebesar 0,5026. Diperoleh nilai total biaya sebesar Rp. 3.836.595 dan total waktu pengangkutan adalah 757,245 menit atau 13 jam. Nilai variabel keputusan yaitu $x_{113} = 164$ *metal crates* untuk tujuan ke-1 menggunakan kendaraan ke-3, $x_{123} = 184$ *metal crates* untuk tujuan ke-2 menggunakan kendaraan ke-3, $x_{132} = 1$ *metal crates* untuk tujuan ke-3 menggunakan kendaraan ke-2, $x_{133} = 197$ *metal crates* untuk tujuan ke-3 menggunakan kendaraan ke-3, $x_{142} = 123$ *metal crates* untuk tujuan ke-4 menggunakan kendaraan ke-2, $x_{153} = 165$ *metal crates* untuk tujuan ke-5 menggunakan kendaraan ke-3, $x_{161} = 68$ *metal crates* untuk

tujuan ke-6 menggunakan kendaraan ke-1, $x_{162} = 87$ *metal crates* untuk tujuan ke-6 menggunakan kendaraan ke-2, $x_{172} = 115$ *metal crates* untuk tujuan ke-7 menggunakan kendaraan ke-2, $x_{182} = 57$ *metal crates* untuk tujuan ke-8 menggunakan kendaraan ke-2 dan $x_{193} = 113$ *metal crates* untuk tujuan ke-9 menggunakan kendaraan ke-3.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dapat disimpulkan bahwa pendekatan *fuzzy* probabilistik dengan mengasumsikan bahwa parameter berdistribusi Pareto dapat diterapkan dalam formulasi dan penyelesaian model transportasi multiobjektif. Penerapan model transportasi multiobjektif pada masalah pengangkutan *metal crates* memberikan hasil bahwa Perusahaan dapat melakukan pengiriman barang menggunakan tiga jenis kendaraan dengan variasi jumlah *metal crates* yang diangkut.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian dan penulisan artikel ini dilaksanakan di PT. Elang Marin Sentosa dan Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya.

DAFTAR PUSTAKA

- Adhami AY & Ahmad F. 2020. Interactive Pythagorean-Hesitant *Fuzzy* Computational Algorithm for Multiobjective Transportation Problem Under Uncertainty. *International Journal of Management Science and Engineering Management*. **15**(4): 288-297.
- Ahmed ANR, Yoshida Y & Arnott RJ. 2021. A New Way of Evaluating the Optimality of a Transportation Improvement in a Class of Urban Land Use Models. *Journal of Urban Economics*. **128**(February 2020): 103406.
- Bagheri M, Ebrahimnejad A, Razavyan S, Hosseinzadeh Lotfi F & Malekmohammadi N. 2020. Fuzzy Arithmetic DEA Approach for Fuzzy Multiobjective Transportation Problem. In *Operational Research*. Springer Berlin Heidelberg.
- Barik SK. 2015. Probabilistic Fuzzy Goal Programming Problems Involving Pareto Distribution: Some Additive Approaches. *Fuzzy Information and Engineering*. **7**(2): 227-244.
- Chen K, Xin X, Niu X & Zeng Q. 2020. Coastal Transportation System Joint Taxation-Subsidy Emission Reduction Policy Optimization Problem. *Journal of Cleaner*

- Production*. **247**: 119096.
- Glazener A, Sanchez K, Ramani T, Zietsman J, Nieuwenhuijsen MJ, Mindell JS, Fox M & Khreis H. 2021. Fourteen Pathways Between Urban Transportation and Health: A Conceptual Model and Literature Review. *Journal of Transport and Health*. **21**(April): 101070.
- Gowthami R & Prabakaran K. 2019. Solution of Multiobjective Transportation Problem under Fuzzy Environment. *Journal of Physics: Conference Series*. **1377**(1).
- Kakran VY & Dhodiya JM. 2020. Fuzzy Programming Technique for Solving Uncertain Multiobjective, Multi-item Solid Transportation Problem with Linear Membership Function. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. **949**: 575-588.
- Satyanarayana Murthy A. 2015. Fuzzy Programming with Quadratic Membership Functions for Multiobjective Transportation Problem. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*. **11**(2): 231-240.
- Sherif SU, Asokan P, Sasikumar P, Mathiyazhagan K & Jerald J. 2021. Integrated Optimization of Transportation, Inventory and Vehicle Routing with Simultaneous Pickup and Delivery in Two-Echelon Green Supply Chain Network. *Journal of Cleaner Production*. **287**: 125434.
- Singh S, Pradhan A & Biswal MP. 2019. Multiobjective Solid Transportation Problem under Stochastic Environment. *Sadhana - Academy Proceedings in Engineering Sciences*. **44**(5): 1-12.
- Srinivasan R, Karthikeyan N, Renganathan K & Vijayan DV. 2021. Method for Solving fully Fuzzy Transportation problem to transform the materials. *Materials Today: Proceedings*. **37**(part 2): 431-433.
- Tamannaie M & Rasti-Barzoki M. 2019. Mathematical Programming and Solution Approaches for Minimizing Tardiness and Transportation Costs in the Supply Chain Scheduling Problem. In *Computers and Industrial Engineering*. **127**. Elsevier Ltd.
- Tang CH. 2020. Optimization for Transportation Outsourcing Problems. *Computers and Industrial Engineering*. **139**: 106213.
- Wu Z, Gao Q, Jiang B & Karimi HR. 2021. Solving the Production Transportation Problem via a Deterministic Annealing Neural Network Method. *Applied Mathematics and Computation*. **411**: 126518.

