

**Peramalan Deret Waktu Multivariat Seasonal pada Data Pariwisata dengan Model Var-Gstar**

*Seasonal Multivariat Time Series Forecasting On Tourism Data by Using Var-Gstar Model*

Dhoriva Urwatul Wutsqa<sup>1)</sup> & Suhartono<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Jurusan Matematika, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta

<sup>2)</sup> Jurusan Statistika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya

**ABSTRACT**

This research intends to study a new approach VAR-GSTAR (Vector Autoregressive-General Space-Time Autoregressive) model for forecasting seasonal multivariate time series. The parameters of the model are estimated by Least Squares method. In this research, we also derive the asymptotic properties of the parameter estimator, which yield the consistency and multivariate normal asymptotes distribution. Based on those properties, we build the procedure for finding the best model in seasonal multivariate time series, and then apply it on the number of foreign tourists in Yogyakarta and Bali data. The result from VAR-GSTAR model is compared with the result from the standard multivariate time series. The comparison result demonstrates that the procedure of VARMA model can not carry out the seasonal lags on the order of the model. This problem can be handled by the VAR-GSTAR model. The interpretation of VAR-GSTAR model is more realistic than that of VARMA model, i.e. the number of foreign tourists in Yogyakarta depends on that in Bali, but not the opposite, whereas VARMA model yields the opposite result. Additionally, the result of forecast accuracy comparison on tourism data in Yogyakarta and Bali shows that VAR-GSTAR model give better forecast than VARMA model.

Keywords: VAR-GSTAR model, VARMA model, seasonal, tourism data

**PENDAHULUAN**

Data deret waktu dalam beberapa studi empirik seringkali terdiri dari pengamatan dari beberapa variabel, atau dikenal dengan data deret waktu multivariat. Sebagai contoh, dalam studi tentang suatu penjualan, variabel-variabel yang mungkin terlibat adalah volume penjualan, harga, dan biaya iklan. Untuk memodelkan masalah yang melibatkan data deret waktu multivariat ini digunakan model VARMA (*Vector Autoregressive Moving Average*), yang merupakan perluasan dari model ARMA. Model ini menjelaskan keterkaitan antar pengamatan pada variabel tertentu pada suatu waktu dengan pengamatan pada variabel itu sendiri pada waktu-waktu sebelumnya, dan juga keterkaitannya dengan pengamatan pada variabel lain pada waktu-waktu sebelumnya.

Suatu series  $Z_t = [Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{m,t}]'$ ,  $t = 0, 1, 2, 3, \dots$  merupakan proses VARMA( $p, q$ ) jika  $Z_t$  stasioner dan jika untuk setiap  $t$ ,

$$\Phi_p(B)Z_t = \Theta_q(B)a_t \tag{1}$$

dengan  $\{a_t\}$  adalah barisan vektor yang *white noise* dengan mean nol dan variansi konstan.  $\Phi_p(B)$  dan  $\Theta_q(B)$  berturut-turut adalah suatu matriks *autoregressive* dan *moving average* polinomial orde  $p$  dan  $q$ . Model yang hanya memuat parameter *autoregressive* disebut model *Vector Autoregressive* order  $p$  atau VAR ( $p$ ) dan model dengan parameter *moving average* disebut model *Vector Moving Average* order  $q$  atau VMA ( $q$ ).

Dalam analisis deret waktu biasa dijumpai data-data yang tidak stasioner. Model VARMA yang nonstasioner dapat dinyatakan dalam bentuk

$$\Phi_p(B)D(B)Z_t = \Theta_q(B)a_t \tag{2}$$

dengan operator *differencing*

$$D(B) = \text{diag}((1 - B)^{d_1}, (1 - B)^{d_2}, \dots, (1 - B)^{d_m})$$

Secara umum prosedur untuk mendapatkan model terbaik pada proses multivariat (model VARMA) mengacu pada metode Box-Jenkins (1994). Kajian terapan pada data finansial telah dilakukan oleh Tsay (2005).

Suatu bentuk khusus dari model VARMA adalah model yang menggabungkan interdependensi waktu dan lokasi yang dikenal dengan model space-time autoregressive (STAR). Model ini diperkenalkan oleh Pfeifer, & Deutsch (1980a & 1980b). Penerapan model ini telah dilakukan oleh Giacomini & Granger (2004) di bidang ekonomi, Kamarianakis & Prastacos (2005) pada masalah transportasi dan Kyryakidis & Journel (1999) pada data Geostatistik.

Model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model STAR adalah model general space-time autoregressive (GSTAR). Berbeda dengan model STAR, model GSTAR tidak mensyaratkan bahwa nilai-nilai parameter sama untuk semua lokasi. Oleh karena itu model GSTAR lebih realistis, karena pada kenyataannya lebih banyak ditemui model dengan parameter model berbeda untuk lokasi yang berbeda. Kajian teoritis berkaitan dengan sifat asimtotis dari parameter model GSTAR dan penentuan bobot antar lokasi diberikan oleh Lopuhaa & Borovkova (2005) dan Suhartono dan Subanar (2006 & 2007). Nurani (2002) menerapkan model GSTAR pada data produksi minyak bumi. Hasil perbandingan model VARMA dan GSTAR yang dilakukan oleh Suhartono (2005) menunjukkan bahwa peramalan dengan model GSTAR lebih akurat. Tetapi, pada proses pembentukan model dari segi teori maupun implementasi dengan paket program statistik diperoleh bahwa model VARMA lebih fleksibel dan sempurna.

Dari beberapa kajian yang telah dilakukan masih terbatas pada data deret waktu multivariat yang stasioner, tetapi belum melibatkan pola musiman atau *seasonal*. Beberapa contoh data deret waktu yang mempunyai pola *seasonal* diantaranya data pariwisata (banyak wisatawan), data hidrologi seperti curah hujan dan debit air, dan data penumpang pesawat. Untuk menangani data-data yang mengandung pola *seasonal* pada kasus deret waktu multivariat dalam penelitian ini dikembangkan suatu prosedur untuk mendapatkan model deret waktu multivariat dengan pola *seasonal*. Model yang dikaji dalam penelitian ini adalah model yang dibangun dengan pendekatan VAR-GSTAR (*Vector Autoregressive-General Space-Time Autoregressive*). Model VAR-GSTAR ini merupakan model VAR dengan skema respon prediktor yang direpresentasikan dalam skema pada model GSTAR.

Dalam penelitian ini juga dibahas kajian terapan terhadap model VAR-GSTAR untuk mendapatkan suatu model statistik yang tepat yang dapat menjelaskan keterkaitan antara banyak wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dan Bali. Hal ini mengingat bahwa Bali dan Yogyakarta merupakan dua kota di Indonesia yang seringkali menjadi tujuan utama para wisatawan atau turis mancanegara, sehingga dimungkinkan ada keterkaitan antara banyak wisatawan mancanegara kedua kota tersebut. Model statistik yang sesuai untuk mengetahui hubungan antara kondisi pariwisata kedua kota tersebut adalah model *time series* multivariat. Karena data pariwisata khususnya jumlah wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dan Bali cenderung mempunyai pola *seasonal*, maka data tersebut sangat tepat dijadikan sebagai studi kasus untuk aplikasi model *time series* multivariat yang mengandung pola *seasonal*.

## METODE

Penelitian ini terdiri dari dua macam kegiatan, yaitu kajian lanjut secara teoritis berkaitan dengan pembentukan model pada data deret waktu *seasonal* dan kajian terapan berupa penerapan model yang diperoleh untuk mendapatkan suatu model statistik yang tepat yang dapat menjelaskan keterkaitan antara jumlah wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dan Bali. Penelitian ini menggunakan data sekunder yaitu data jumlah kunjungan wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dan Bali, yang dapat dianggap sebagai indikator baik tidaknya kondisi kepariwisataan di kedua kota tersebut. Data tersebut diterbitkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Propinsi Daerah Istimewa Yogyakarta dan Propinsi Bali (BPS 2006). Kota Yogyakarta dan Bali dipilih sebagai subyek penelitian, dikarenakan dua kota tersebut merupakan dua kota pariwisata terpenting di Indonesia serta dimungkinkan terjadi interdependensi antara jumlah wisatawan kedua kota tersebut.

Kajian teoritis berkaitan dengan model deret waktu multivariat VAR-GSTAR yang mencakup estimasi parameter model dan sifat asimtotis dari penduga parameter. Prosedur untuk mendapatkan model deret waktu multivariat yang mengandung pola *seasonal* dibentuk melalui pendekatan model VAR-GSTAR dengan bantuan paket program MINITAB, melalui tahapan-tahapan identifikasi, estimasi parameter, *diagnostic check*, sampai dengan perhitungan peramalan. Hal ini dilakukan karena program yang tersedia untuk model VARMA, yaitu PROC STATESPACE tidak dapat menangkap pola *seasonal*. Hasil yang diperoleh dari model VAR-GSTAR dibandingkan dengan

hasil peramalan yang diperoleh dari model baku untuk time series multivariat

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Ada dua macam kajian utama yang telah dilakukan dalam penelitian ini. Kajian pertama adalah kajian teoritis tentang distribusi asimtotis dari estimator model VAR-GSTAR, dan pembentukan prosedur baru untuk pemodelan VAR-GSTAR pada data deret waktu multivariat yang *seasonal*. Kajian kedua adalah kajian empiris berkaitan dengan implementasi prosedur yang diperkenalkan pada suatu data real, yaitu data wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dan Bali. Pada bagian ini, dilakukan pula perbandingan ketepatan ramalan antara model VAR-GSTAR dengan model VARMA.

**Model Var-Gstar untuk data deret waktu multivariat yang mengandung pola Seasonal**

Model VAR-GSTAR merupakan model VAR dengan representasi model GSSTAR. Model VAR(p) diberikan oleh rumus berikut,

$$Z_t = \Phi_1 Z_{t-1} + \dots + \Phi_p Z_{t-p} + a_t \tag{3}$$

dengan  $\Phi_i$  adalah matriks koefisien berukuran  $m \times m$  dan dengan  $\{a_t\} \sim IIDN(0, \Omega)$  Untuk membawa model tersebut dalam representasi model GSTAR diperlukan beberapa notasi berikut. Pertama-tama diasumsikan terdapat sejumlah  $n$  pengamatan. Bentuk vektor respon  $Y = (Y'_1, Y'_2, \dots, Y'_m)'$   $Y = (Y'_1, Y'_2, \dots, Y'_m)'$ , matriks  $X = \text{diag}(X_1, X_2, \dots, X_m)$ , vektor parameter  $\beta = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m)'$  dan vektor residual (*error*)  $a = (a'_1, a'_2, \dots, a'_m)'$ , dengan  $\phi_i = (\phi_{1,1}^{(i)}, \dots, \phi_{1,m}^{(i)}, \dots, \phi_{p,1}^{(i)}, \dots, \phi_{p,m}^{(i)})$ ,

$$Y_i = \begin{pmatrix} Z_{i,p+1} \\ Z_{i,p+2} \\ \vdots \\ Z_{i,n} \end{pmatrix},$$

$$X_i = \begin{pmatrix} Z_{1,p} & \dots & Z_{m,p} & \dots & Z_{1,1} & \dots & Z_{m,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{1,n-1} & \dots & Z_{m,n-1} & \dots & Z_{1,n-p} & \dots & Z_{m,n-p} \end{pmatrix},$$

$$\text{dan } a_i = \begin{pmatrix} a_{i,p+1} \\ a_{i,p+2} \\ \vdots \\ a_{i,n} \end{pmatrix}.$$

Dengan demikian model VAR(p) dapat dinyatakan dalam bentuk model

$$Y = X\beta + a \tag{4}$$

yang dalam penelitian ini disebut sebagai model VAR-GSTAR. Estimasi terhadap parameter model dilakukan dengan metode *Least Squares*, yaitu dengan meminimumkan fungsi

$$E = (Y - \hat{\beta}X)'(Y - \hat{\beta}X),$$

yang menghasilkan estimator untuk  $\beta$  adalah

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} (X'Y) \tag{5}$$

Khususnya untuk vektor parameter  $\phi_i = (\phi_{1,1}^{(i)}, \dots, \phi_{1,m}^{(i)}, \dots, \phi_{p,1}^{(i)}, \dots, \phi_{p,m}^{(i)})$ ,  $i = 1, \dots, m$

$$\hat{\phi}_i = (X'X)^{-1} (X'Y_i) \tag{6}$$

Estimator untuk  $\Omega$  diberikan oleh

$$\hat{\Omega} = E[(\hat{a} - E(\hat{a}))'(\hat{a} - E(\hat{a}))] = E(\hat{a}'\hat{a}) = \frac{1}{n} \hat{a}'\hat{a} \tag{7}$$

Sifat asimtotis penduga parameter untuk  $\beta$  (5) dan untuk  $\Omega$  (7) diberikan oleh Proposisi 1. yang merupakan modifikasi Teorema dari Hamilton (1994). Bukti Proposisi 1. berikut secara lengkap disajikan oleh Dhoriva dan Suhartono (2007)

**Proposisi 1.** Misalkan  $\{Z_t\}$  adalah proses VAR(p) seperti pada persamaan (4), yang stasioner dengan  $\{a_t\}$  iid dengan mean 0 dan variansi  $\Omega$ ,  $E(a_{it} a_{jt} a_{lt} a_{rt})$  untuk setiap  $i, j, l, r$ .

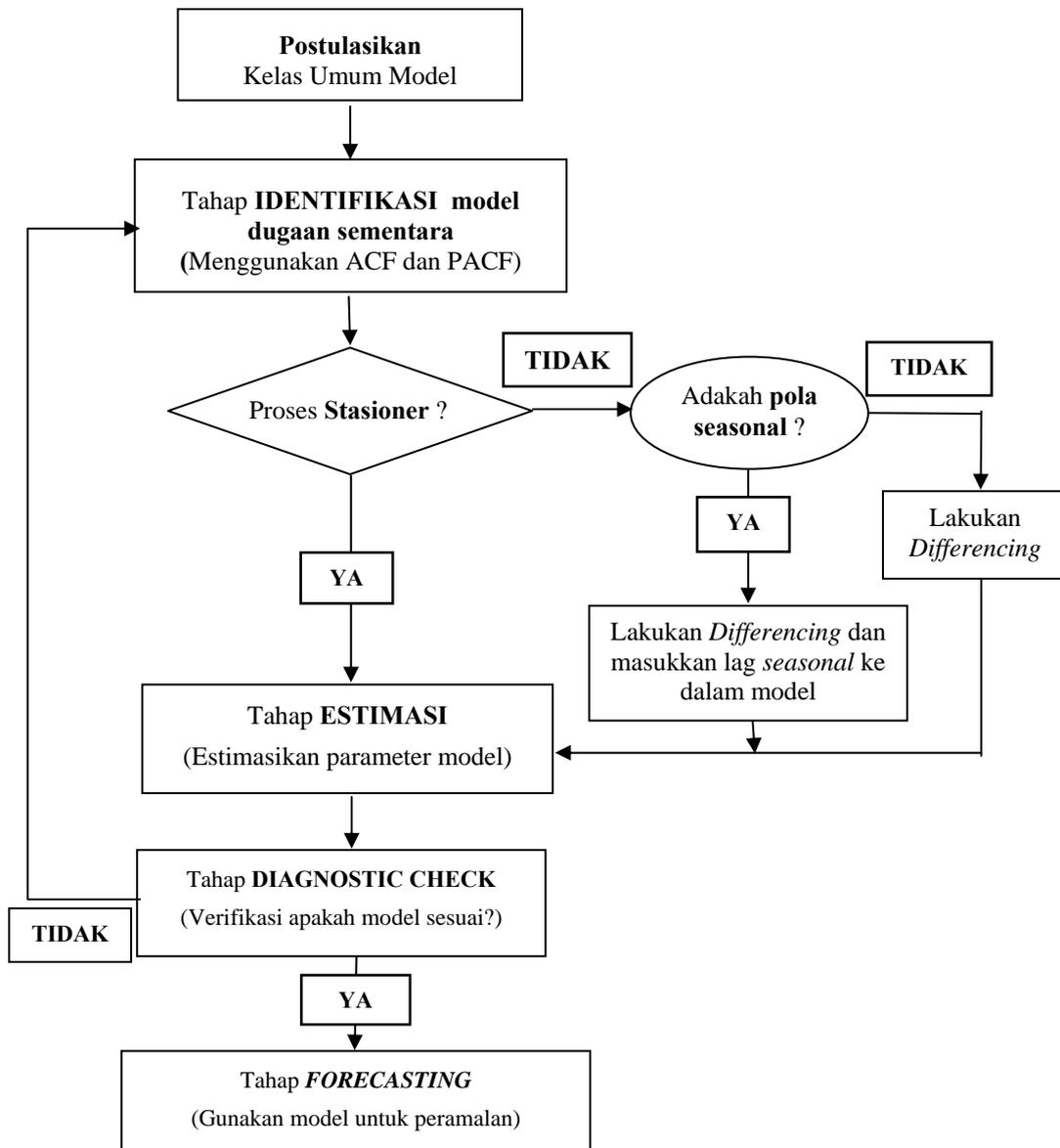
Jika  $\hat{\beta}_n$  dan  $\hat{\Omega}_n$  menyatakan LSE dari parameter  $\beta_n$  dan  $\Omega$  yang diperoleh pada (5) dan (7) dari sampel dengan  $n$  pengamatan, maka berlaku sifat-sifat berikut:

- (a).  $(1/n)X'X \xrightarrow{P} Q$  dengan  $Q = E(X'X)$ ;
- (b).  $\hat{\beta}_n \xrightarrow{P} \beta$ ;
- (c).  $\hat{\Omega}_n \xrightarrow{P} \Omega$ ;

(d).  $\sqrt{n}(\hat{\beta}_n - \beta) \xrightarrow{d} N(0, \Omega \otimes Q^{-1})$ , dengan  $\otimes$  menyatakan hasil kali Kronecker.

Model VAR-GSTAR yang mengandung pola seasonal mempunyai bentuk umum sama dengan model (4), dengan memasukkan lag *seasonal* kedalam input model sesuai representasi GSTAR. Secara umum prosedur

untuk mendapatkan model terbaik pada proses multivariat mengacu pada metode Box-Jenkins, yang disajikan dalam Gambar 1. Karakteristik dari prosedur yang dibentuk terletak pada tahap estimasi parameter, yang dilakukan dengan menggunakan hasil (5) dan Proposisi 1. untuk uji signifikansi parameter. Untuk tahap-tahap yang lain menggunakan teori-teori yang biasa digunakan pada data deret waktu.



Gambar 1. Prosedur pembentukan model deret waktu multivariat *Seasonal* dengan pendekatan GSTAR.

**Deskripsi data pariwisata**

Data dalam penelitian ini diperoleh dari BPS Yogyakarta dan Dinas Pariwisata Bali. Data tersebut merupakan data jumlah wisatawan mancanegara dari Yogyakarta dan Bali, yang merupakan data bulanan selama periode bulan Januari 1998 sampai dengan Desember 2005. Deskripsi dari data tersebut dengan menggunakan plot *deret waktu* dapat dilihat pada Gambar 2. Plot di bawah menunjukkan bahwa deret waktu tersebut tidak stasioner dan cenderung berpola seasonal dengan peak pada umumnya terjadi pada bulan Agustus (lag 8).

**Hasil empiris pada data pariwisata**

Pertama-tama akan diberikan hasil perhitungan dengan program MINITAB dari model VAR-GSTAR. Tahap identifikasi pada proses pembentukan model VARMA seasonal dengan pendekatan GSTAR dilakukan melalui identifikasi plot *deret waktu*, ACF (*Autocorrelation Function*), PACF (*Partial Autocorrelation Function*). Plot ACF dan PACF diberikan dalam Gambar 3 dan Gambar 4. Gambar-gambar tersebut menunjukkan adanya pola musiman, sehingga dilakukan proses *differencing* non seasonal 1 dan seasonal 12, dan ditentukan variabel prediktor non

seasonal adalah lag 1 dan prediktor seasonal adalah lag 12.

Langkah selanjutnya adalah membentuk struktur data GSTAR sebagaimana disebutkan di atas. Dengan demikian struktur prediktor-respon adalah sebagai berikut

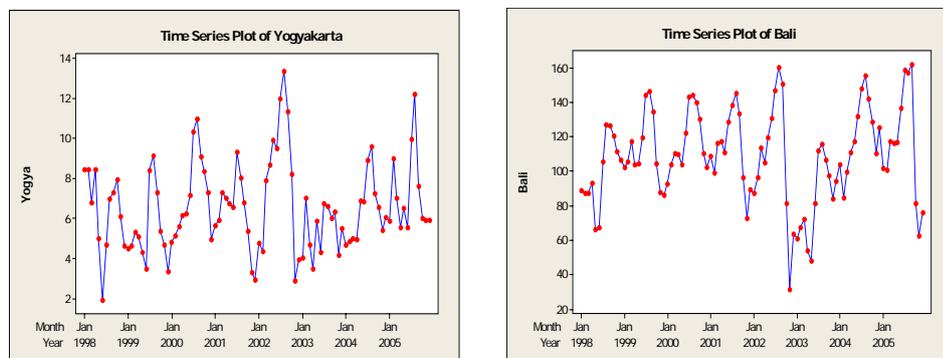
$$X = (X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6 \ X_7 \ X_8)$$

$$= \begin{pmatrix} z_{1(t-1)} & z_{2(t-1)} & z_{1(t-12)} & z_{2(t-12)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & z_{1(t-1)} & z_{2(t-1)} & z_{1(t-12)} & z_{2(t-12)} \end{pmatrix}$$

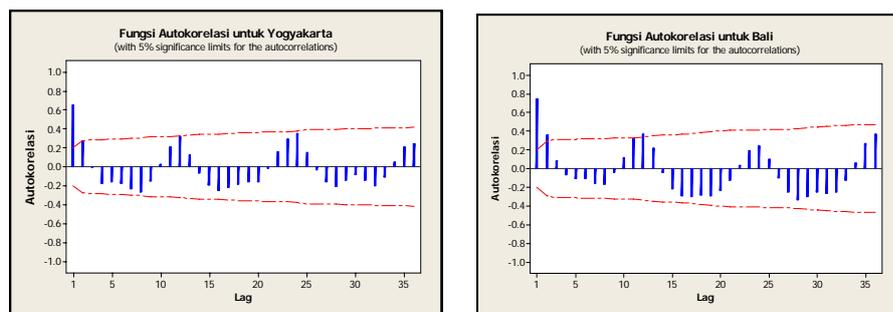
dan

$$Y = \begin{pmatrix} Z_{1t} \\ Z_{2t} \end{pmatrix} \tag{8}$$

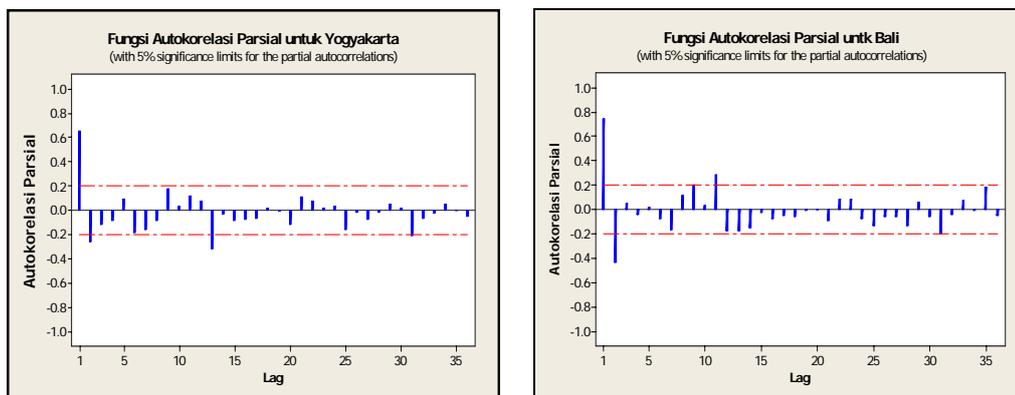
Variabel  $Z_{1t}$  dan  $Z_{2t}$  berturut-turut mewakili data jumlah wisatawan mancanegara di Yogyakarta dan Bali yang telah distandarisasi dan diproses differencing. Berdasarkan struktur data (8) dilakukan estimasi dengan metode least square dengan skema backward. Proses perhitungan dikerjakan melalui paket program MINITAB 14. Tabel 1. adalah hasil akhir dari proses estimasi.



Gambar 2. Plot deret waktu data jumlah wisatawan mancanegara di Yogyakarta dan Bali.



Gambar 3. Fungsi Autokorelasi dari data jumlah wisatawan mancanegara di Yogyakarta dan Bali.



Gambar 4. Fungsi Autokorelasi Parsial dari data jumlah wisatawan mancanegara di Yogyakarta dan Bali.

Tabel 1. Hasil estimasi model VAR-GSTAR *seasonal*.

Prediktor	Koefisien	Variansi Koefisien	Statistik T	p-value
X3	-0.5454	0,1154	-4,73	0,000
X4	0.3121	0,1506	2,07	0,040
X8	-0.4206	0,1279	-3,29	0,001

Persamaan regresi yang dihasilkan dari Tabel 1. adalah

$$Y = -0.545 X3 + 0.312 X4 - 0.421 X8. \quad (9)$$

Model (9) dikembalikan lagi dalam skema (8), sehingga didapatkan model terbaik untuk data jumlah wisatawan mancanegara di Yogyakarta dan Bali adalah

$$\begin{aligned} Z_{1t} &= -0,5454Z_{1(t-12)} + 0,3121Z_{2(t-12)} + e_{1t} \\ Z_{2t} &= -0,4206Z_{2(t-12)} + e_{2t} \end{aligned} \quad (10)$$

dengan  $Z_{1t}$  dan  $Z_{2t}$  adalah proses yang distasionerkan melalui *differencing* non-seasonal (1) dan *seasonal* (12). Pada proses pembentukan model VARMA, tahap identifikasi meliputi identifikasi plot *deret waktu*, MACF (*Matrix Autocorrelation*

*Function*), MPACF (*Matrix Partial Autocorrelation Function*), dan nilai AIC (*Akaike Information Criteria*) pada beberapa orde model. Berdasarkan plot deret waktu data tidak stasioner dan menunjukkan pola *seasonal*. Karena program yang tersedia tidak dapat memodelkan data *seasonal*, maka ketidakstasioner ditangani dengan proses deferensi.

Setelah data stasioner, maka dilakukan perhitungan dan analisis bentuk dari MACF dan MPACF, serta nilai AIC pada beberapa orde AR. Ketiga besaran ini digunakan sebagai dasar untuk penentuan orde model VARMA, khususnya pada nilai AIC yang terkecil, yang hasilnya dapat dilihat pada Tabel 2 dan 3.

Tabel 2. Representasi Skematik MACF dan MPACF.

```

Schematic Representation of Correlations
Name/Lag  0  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
x          ++  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..
y          ++  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations
Name/Lag  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11  12  13  14  15  16  17  18  19  20  21  22  23  24
x          ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..
y          +  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..  ..
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between
    
```

Tabel 3. Nilai AIC untuk menduga orde model VARMA

Information Criterion for Autoregressive Models								
Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8
544.995	542.4197	541.7168	539.988	547.3223	550.6172	557.8881	555.9872	560.4921
Lag=9	Lag=10	Lag=11	Lag=12	Lag=13	Lag=14	Lag=15	Lag=16	Lag=17
564.9351	567.9112	568.6726	560.6112	567.3264	574.5005	579.1108	583.1587	588.9909
Lag=18	Lag=19	Lag=20	Lag=21	Lag=22	Lag=23	Lag=24		
591.5239	596.4774	600.6596	607.7418	612.0017	618.7953	614.3147		

Tabel 4. Hasil estimasi parameter dan uji signifikansi parameter pada model VARMA terbaik

Parameter Estimates			
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value
F(4,1)	-3.32448	1.035038	3.21
F(4,2)	0.163061	0.102278	1.59
G(3,1)	3.180607	1.033354	3.08
G(3,2)	-0.30378	0.105081	-2.89

Dari bentuk MACF dan MPACF yang *cuts off* setelah lag 3, maka dapat diduga order autoregresif model sementara yang sesuai adalah tiga. Hasil ini dipertegas oleh nilai AIC yang terkecil pada lag 3, sehingga dapat disimpulkan pada tahap identifikasi diperoleh model sementara yang sesuai mempunyai order autoregresif tiga. Dari model sementara dilakukan proses restriksi terhadap variabel-variabel yang tidak signifikan. Model terbaik diperoleh dari hasil tahap terakhir setelah parameter-parameter yang tidak signifikan direstriksi atau dibuang. Hasil estimasi tahap akhir diberikan pada Tabel 4.

Berdasarkan hasil tersebut diperoleh model VARMA sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{z}_{1,t+1} \\ \mathbf{z}_{2,t+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3,18 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z}_{1,t} \\ \mathbf{z}_{2,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3,3 & 0,16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z}_{1,t-1} \\ \mathbf{z}_{2,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,3\mathbf{e}_{2,t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{e}_{1,t+1} \\ \mathbf{e}_{2,t+1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

dalam hal ini kedua series tersebut adalah series yang distasionerkan melalui *differencing non-seasonal* (1) dan *seasonal* (12). Pada tahap cek diagnosa dilakukan pengecekan apakah residual dari model telah memenuhi syarat *white noise*, melalui MACF, MPACF dan nilai AIC dari residual. Pengecekan juga

dilakukan untuk mengetahui apakah residual terdistribusikan secara normal multivariat. Hasil cek diagnostik telah dilakukan oleh Dhoriva & Suhartono (2007), yang menunjukkan syarat *white noise* belum terpenuhi. Jadi model yang dihasilkan melalui program PROC STATESPACE belum optimal. Akhirnya, tahap peramalan dilakukan pada suatu model terbaik yang diperoleh dari tahap-tahap sebelumnya. Proses pembentukan model hingga peramalan secara lengkap disajikan dalam Dhoriva & Suhartono (2007).

Hasil-hasil perbandingan ramalan 12 ke depan antara model VAR-GSTAR dan VARMA secara lengkap dapat dilihat pada Tabel 5. Dari Tabel tersebut dapat dilihat bahwa pada model VARMA ditemukan satu periode yang nilai ramalannya bertanda negatif dan ini menunjukkan bahwa model tidak memberikan hasil ramalan yang baik. Sementara itu model VAR-GSTAR memberikan hasil yang lebih reliabel karena tidak ada nilai ramalan yang negatif dan secara konsisten menunjukkan jumlah wisatawan yang terbanyak adalah bulan 8 seperti pada tahun-tahun sebelumnya.

Tabel 5. Prediksi jumlah wisatawan mancanegara 12 periode ke depan.

Bulan	Prediksi VARMA		Prediksi VAR- GSTAR	
	Di Yogyakarta	Di Bali	Di Yogyakarta	Di Bali
1	5.797	46.980	4.555	66.356
2	8.971	41.688	6.535	57.326
3	7.040	59.335	5.762	73.392
4	5.644	56.955	4.774	77.593
5	6.629	56.007	6.106	80.386
6	5.744	75.308	5.775	97.937
7	10.182	96.508	9.047	117.635
8	12.478	94.434	10.216	120.085
9	7.926	98.595	7.325	117.156
10	6.382	16.819	4.525	64.528
11	6.311	-2.363	3.832	46.339
12	6.386	10.055	4.130	60.288

Interpretasi terhadap model VAR-GSTAR (10) memberikan hasil yang lebih rasional, yaitu bahwa jumlah wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dipengaruhi oleh jumlah wisatawan yang datang ke Bali, tetapi tidak sebaliknya, sedangkan dari model VARMA (11) yang terjadi adalah sebaliknya. Hasil pertama lebih realistis, karena secara real pada umumnya wisatawan datang ke Bali terlebih dahulu baru ke Yogyakarta.

### KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pengolahan dan analisis data pada bagian sebelumnya, dapat dibuat beberapa kesimpulan hasil penelitian, yaitu :

1. Model VARMA dengan PROC STATESPACE mempunyai kelemahan terutama pada data-data deret waktu multivariat yang *seasonal*, karena tidak dapat mengakomodasi lag-lag *seasonal* pada orde model. Hal ini dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan VAR-GSTAR.
2. Hasil perbandingan kesesuaian model dan ketepatan ramalan menunjukkan bahwa model VAR-GSTAR adalah model yang lebih baik untuk meramalkan data-data multivariat yang berpola *seasonal*.
3. Interpretasi dari model VAR-GSTAR lebih realistis dibandingkan dari model VARMA, yaitu bahwa jumlah wisatawan mancanegara yang datang ke Yogyakarta dipengaruhi oleh jumlah wisatawan mancanegara yang datang ke Bali, tetapi tidak sebaliknya.

Hasil dari penelitian juga memberikan peluang dilakukannya kajian lanjut berkaitan dengan pemodelan data deret waktu multivariat yang berpola *seasonal*, khususnya yang melibatkan model multiplikatif antar unsur yang *non-seasonal* dan *seasonal*. Sebagai tambahan, kajian berkaitan dengan estimasi parameter pada model VAR-GSTAR yang memberikan jaminan bahwa nilai error dari model adalah *white noise* secara multivariat dapat pula dilakukan, antara lain dengan penggunaan metode 2SLS (*Two Stage Least Squares*) ataupun SUR (*Seemingly Unrelated*).

### Ucapan terimakasih

Dalam melaksanakan kegiatan penelitian ini kami telah mendapat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena penulis mengucapkan terima kasih kepada Pimpinan Proyek Dosen Muda yang telah menyediakan dana penelitian ini

### DAFTAR PUSTAKA

- Box GEP, Jenkins GM & Reinsel GC. 1994. "Time Series Analysis". Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Dhoriva UW & Suhartono. 2007. Model Varma (*Vector Autoregressive Moving Average*) untuk Pemodelan dan Peramalan Data Deret Waktu di Bidang Pariwisata. *Laporan Penelitian Dosen Muda*, UNY, Yogyakarta
- Hamilton JD. 1994. *Time Series Analysis*. New Jersey: Princeton University Press.

- Giacomini R & Granger CWJ. 2004. Aggregation of space-time processes. *Journal of Econometrics*. 118: 7-26.
- Kamarianakis Y & Prastacos PP. 2005. Space-time modeling of Traffic flow. *Computers and Geosciences*. **31**: 119-133.
- Kyryakidis PC & Journel AG. 1999. Geostatistical Space-time model: A review. *Math. Geol.* **31**(6): 651-683.
- Lopuhaa HP & Borovkova S. 2005. Asymptotic properties of least squares estimators in generalized STAR models. *Technical Report*. Delft University of Technology.
- Nurani B. 2002. Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalisasi S-TAR. *Jurnal Forum Statistika dan Komputasi*, IPB, Bogor.
- Pfeifer PE & Deutsch SJ. 1980a. A Three Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling. *Technometrics*. **22** (1): 35-47.
- Pfeifer PE & Deutsch SJ. 1980b. Identification and Interpretation of First Order Space-Time ARMA Models. *Technometrics*. **22**(1): 397-408.
- Suhartono. 2005. Perbandingan antara model GSTAR dan VARIMA untuk peramalan data deret waktu dan lokasi. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, ITS, Surabaya.
- Suhartono & Subanar. 2006. The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by using Cross-correlation Inference. *JOURNAL OF QUANTITATIVE METHODS: Journal Devoted to The Mathematical and Statistical Application in Various Fields*, **2**(2): 45-53.
- Suhartono & Subanar 2007. Some Comments on the Theorem Providing Stationarity Condition for GSTAR Models in the Paper by Borovkova *et al.* *Journal of The Indonesian Mathematical Society (MIHMI)*. **13** (1): 44-52
- Tsay RS. 2005. *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley & Sons. New Jersey.