

Embedding Graf $K_{2,3,m}$ pada Torus

Embedding $K_{2,3,m}$ Graphs on Torus

Lilie Susilowati, Nancy Rosyida Y, Yayuk Wahyuni
Departemen Matematika, FSaintek Universitas Airlangga

ABSTRACT

This script aim to determine the maximal value of m of $K_{2,3,m}$ graph so that can be redrawn on torus without intersection of edges. Hereinafter, will be determined the toroidal crossing number of $K_{2,3,m}$ which nontoroidal by the m minimize. To determined if the $K_{2,3,m}$ graph is toroidal, it is enough with drawn the graph on torus without intersection of edges, whereas, to determined if it is nontoroidal, besides with drawn, is also needed by theorem about properties of graph that containing K_5 -subdivision. Then to determined the toroidal crossing number was used the technique by proof of the crossing number of $K_{2,2,3}$ and looked for of all probabilities of the edges is going to intersect. In this research, was obtained the result that maximal value of m of $K_{2,3,m}$ so that can be drawn on torus without intersection of edges is 3, while the toroidal crossing number of $K_{2,3,4}$ is 2, and our conjecture is $tcr(K_{2,3,m}) = tcr(K_{2,3,m-1}) + (m - 1)$, $m = 5, 6, 7$.

Keywords : Embedding, graf $K_{2,3,m}$, torus

PENDAHULUAN

Beberapa bidang ilmu menggunakan graf sebagai model dalam menyajikan suatu masalah yang terkait dengan keterhubungan antar objek. Salah satunya pada bidang teknik, graf digunakan dalam perencanaan sistem jaringan. Umumnya, dalam beberapa aplikasi tersebut dibutuhkan penggambaran graf tanpa memuat perpotongan garis. Oleh karena itu, algoritma tentang *embedding* suatu graf sering diperlukan dalam menghasilkan graf yang baik (Myrvold 2003).

Embedding suatu graf adalah penggambaran kembali graf pada suatu permukaan tanpa memuat perpotongan garis. Jika suatu graf dapat digambarkan pada bidang tanpa memuat perpotongan garis maka disebut graf planar. Pada graf bipartit lengkap, graf $K_{1,m}$ dan $K_{2,m}$ selalu planar, untuk $m \geq 1$. Sedangkan $K_{3,3}$ telah terbukti nonplanar (Chartrand & Oellerman 1993).

Lebih jauh, graf bipartit lengkap dapat diperluas menjadi graf tripartit lengkap, yang dinotasikan sebagai $K_{s,n,m}$, yaitu dengan menambahkan satu himpunan partisi. Berdasarkan definisi tentang graf tripartit lengkap, maka setiap graf tripartit lengkap $K_{s,n,m}$ selalu memuat $K_{3,3}$ untuk $s \geq 2$ dan $n \geq 3$.

Dengan demikian, berdasarkan Teorema Kuratowski (Chartrand & Oellerman 1993) diperoleh bahwa graf $K_{2,3,m}$ adalah nonplanar.

Pembahasan mengenai *embedding* suatu graf tidak terbatas hanya pada bidang karena terdapat permukaan lain yang menarik untuk diteliti, salah satunya adalah torus. Torus adalah permukaan yang memiliki bentuk menyerupai donat. Suatu graf dikatakan toroidal jika graf tersebut dapat di-*embed* ke torus. Jika suatu graf telah diketahui planar maka graf tersebut toroidal (Gagarin 2003). Graf $K_{2,3,m}$ yang nonplanar belum tentu toroidal jika di-*embed* pada torus.

Jika suatu graf diketahui nonplanar atau nontoroidal maka penggambaran kembali graf tersebut pada bidang atau torus akan memuat perpotongan garis. Hal yang menarik untuk diteliti adalah berapa minimum jumlah perpotongan garis yang dihasilkannya, yang disebut dengan *crossing number* (bidang) atau *toroidal crossing number* (torus).

Dari uraian di atas penulis ingin meneliti sejauh mana nilai m sehingga graf $K_{2,3,m}$ yang nonplanar masih dapat di-*embed* pada torus. Setelah ditemukan nilai m sehingga $K_{2,3,m}$ nontoroidal, selanjutnya akan ditentukan *toroidal crossing number*-nya untuk nilai m minimal.