

## Analisis Aliran Darah dalam Stenosis Arteri Menggunakan Model Fluida Casson dan Power-Law

### *Blood Flow Analysis in Arterial Stenosis Using Casson and Power-law Fluid Models*

Riri Jonuarti

Jurusan Fisika, FMIPA Universitas Negeri Padang

Email: riri\_jonuarti@yahoo.com

#### ABSTRACT

Simulation of blood flow behavior in arteries and arterial stenosis has been made and will be discussed in this paper. This simulation uses pulsatile flow and blood flow in artery without stenosis is considered as a dynamic fluid, compressed and condensed. Whereas in case of arterial stenosis it has been used Casson and Power-law fluid models. In arteries without stenosis, blood flow velocity profiles show the same pattern for each Womersley number, but with different speed value. In the case of arterial stenosis, blood flow rate decreases with increasing stenosis position away from axis of blood vessels. Resistances to flow are increased with increasing the size (height and length) of stenosis, both for the Casson and Power-law fluid models. If resistance to flow increases, it is more difficult for the blood to pass through an artery, result the flow decreases and heart has to work harder to maintain adequate circulation.

**Keywords** : Artery, blood flow, power-law fluid, Casson fluid, stenosis

#### PENDAHULUAN

Darah adalah cairan dalam tubuh manusia yang beredar melalui jantung, pembuluh arteri, kapiler dan vena. Proses peredaran darah dipengaruhi juga oleh kecepatan darah, luas penampang pembuluh darah, tekanan darah dan kerja otot yang terdapat pada jantung dan pembuluh darah. Ada banyak bukti bahwa dinamika fluida pembuluh darah memainkan peran utama dalam pengembangan dan perkembangan penyakit arteri (Srivastava, 1985; Tu&Deville, 1996).

Salah satu dari penyakit arteri adalah penyempitan arteri atau di dalam istilah kedokteran dikenal dengan stenosis arteri. Perkembangan dari stenosis ini dapat menyebabkan gangguan peredaran darah yang serius, dimana pada stenosis, perilaku aliran darah sangat berbeda daripada keadaan arteri normal. Dengan demikian, studi aliran darah pada stenosis memainkan peran penting untuk pemahaman, diagnosis dan pengobatan penyakit seperti penyumbatan arteri. Melalui simulasi, akan diketahui bagaimana profil kecepatan dan resistansi aliran dalam stenosis arteri, sehingga paramedis terlebih dahulu dapat melakukan perhitungan tinggi dan panjang stenosis, sebelum melakukan tindakan medis lebih lanjut. Dalam paper ini, akan

dipaparkan perilaku non-Newtonian dari aliran darah dalam arteri yang memiliki stenosis.

#### Persamaan Aliran Darah Arteri

Aliran darah dalam arteri besar didorong oleh jantung, oleh karena itu alirannya berdenyut. Model sederhana untuk aliran berdenyut dikembangkan oleh Womersley (1955). Untuk aliran darah yang berosilasi dimodelkan dari fluida yang mampat dalam pipa silinder, melingkar lurus dengan panjang  $l$ , dan jari-jari  $R$  yang terisi fluida dengan kerapatan  $\rho$  dan kekentalan  $\mu$ .

Dalam aliran tunak, bila  $p_1$  dan  $p_2$  adalah tekanan pada ujung-ujung pipa, maka gradien tekanan  $(p_1 - p_2)/l$  adalah bernilai konstan. Anggap  $w$  adalah kecepatan longitudinal cairan pada suatu titik pada jarak  $r$  dari sumbu pipa. Persamaan gerak cairan dinyatakan dengan:

$$\frac{d^2w}{dt^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{p_1 - p_2}{\mu l} = 0 \quad (1)$$

dengan solusinya:

$$w = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} (R^2 - r^2) \quad (2)$$

Bila gradien tekanan tidak konstan, maka persamaan (1) berbentuk:

$$\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \frac{p_1 - p_2}{\mu l} = \frac{1}{v} \frac{dw}{dt} \quad (3)$$

Tinjau gradien tekanan sinusoidal yang terdiri dari sinus dan kosinus,

$$\frac{p_1 - p_2}{\mu l} = \frac{\Delta P}{l} = A e^{i\omega t} \quad (4)$$

Dengan frekuensi osilasi adalah  $\omega/2\pi$ . Substitusi persamaan (4) ke persamaan (3) diperoleh:

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{1}{v} \frac{dw}{dt} = -\frac{A}{\mu} e^{i\omega t} \quad (5)$$

dengan  $v$  adalah viskositas. Penyelesaian dari persamaan ini akan memberikan komponen aksial dan radial dari laju aliran darah dalam arteri.

Solusi persamaan (5) diperoleh dengan cara pemisahan variabel sebagai berikut:

$$w(r, t) = W(r) \cdot e^{i\omega t} \quad (6)$$

Dengan substitusi persamaan (6) ke dalam persamaan (5) diperoleh:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{i^2 \omega \rho}{\mu} W = -\frac{A}{\mu} \quad (7)$$

Persamaan (7) merupakan persamaan Bessel, dengan solusi sebagai berikut:

$$W(r) = \frac{K}{\rho i \omega} \left\{ 1 - \frac{J_0 \left( r \sqrt{\frac{\omega \rho}{v}} \cdot i^{3/2} \right)}{J_0 \left( R \sqrt{\frac{\omega \rho}{v}} \cdot i^{3/2} \right)} \right\} \quad (8)$$

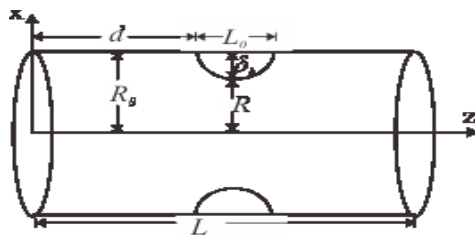
Dengan  $J_0$  adalah fungsi Bessel untuk orde nol,  $v = \mu/\rho$  adalah viskositas kinematika dan  $\alpha = R \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}}$  adalah parameter tanpa dimensi yang dikenal sebagai bilangan Womersley. Untuk manusia normal dengan diameter arteri femoral sekitar 0,5 cm, laju denyut 72 per menit, kerapatan darah 1,05 g/ml dan viskositas darah 0,04 Pa, diperoleh bilangan Womersley sebesar:

$$\alpha = R \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}} = 0,25 \sqrt{\frac{2\pi \cdot 72 \cdot (1,05)}{60(0,04)}} = 3,52$$

Berdasarkan persamaan (8), persamaan (6) dapat ditulis menjadi:

$$w(r, t) = \frac{K}{\rho i \omega} \left\{ 1 - \frac{J_0 \left( r \sqrt{\frac{\omega \rho}{v}} \cdot i^{3/2} \right)}{J_0 \left( R \sqrt{\frac{\omega \rho}{v}} \cdot i^{3/2} \right)} \right\} \cdot e^{i\omega t} \quad (9)$$

### Pemodelan Stenosis pada Arteri



Gambar 1. Geometri stenosis arteri

Seperti terlihat dalam Gambar 1, diasumsikan bahwa stenosis terbentuk dalam arteri secara simetris radial bergantung pada jarak aksial  $z$  dan tinggi pertumbuhannya. Model matematis untuk jari-jari bagian stenosis dinyatakan sebagai berikut (Sankar & Hemalatha, 2006; Joshi *et al*, 2010) :

$$R = \begin{cases} R_0 - \frac{\delta_h}{2} \left\{ 1 + \cos \frac{2\pi}{L_0} \left( z - d - \frac{L_0}{2} \right) \right\} & d \leq z \leq d + L_0 \\ R_0 & \text{lainnya} \end{cases} \quad (10)$$

dengan  $R_0$  adalah jari-jari arteri normal (tanpa stenosis),  $R$  adalah jari-jari arteri dalam daerah stenosis,  $L$  adalah panjang arteri,  $L_0$  adalah panjang stenosis,  $d$  adalah lokasi stenosis,  $\delta_h$  adalah tinggi stenosis.

### Model Fluida Casson

Model fluida Casson, memiliki persamaan konstitutif:

$$\left( -\frac{dw}{dr} \right)^{1/2} = \frac{\tau^{1/2} - \tau_0^{1/2}}{\eta} ; \tau \geq \tau_0 \quad (11)$$

$$\frac{dw}{dr} = 0 ; \tau \leq \tau_0$$

dengan  $w$  adalah kecepatan aksial,  $\tau$  adalah tegangan geser dan  $\eta^2$  adalah viskositas fluida.

Resistansi aliran dinyatakan dengan;

$$\lambda = 1 - \frac{L_0}{L} + \frac{L_0}{L(f+g+h)} [fG_1 + gG_2 + hG_3] \quad (12)$$

dengan koefisien  $f$ ,  $g$ , dan  $h$  diberikan oleh persamaan (Joshi *et al*, 2010):

$$f = \frac{128}{49} \frac{\tau_0}{QR_0}, g = \frac{8\eta^2}{\pi R_0^2}, h = \frac{64\eta}{7R_0^{5/2}} \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi Q}} \quad (13)$$

dan  $G_1$ ,  $G_2$  dan  $G_3$  diberikan dalam persamaan:

$$G_1 = \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right) + \frac{17}{48} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 + \frac{9}{32} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^3 + \dots \right] \quad (14)$$

$$G_2 = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + 2 \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right) + \frac{10}{3} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 + \dots \right) + \left( 1 - \frac{\delta_h}{2R_0} \right) \left( 1 - \frac{\delta_h}{R_0} + \frac{5}{8} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 \right) \left( 1 - \frac{\delta_h}{R_0} \right)^{(-7/2)} \right] \quad (15)$$

$$G_3 = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{5}{4} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right) + \frac{35}{24} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 + \dots \right) + \left( 1 + \frac{5}{4} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right) + \frac{35}{24} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 + \dots \right) \left( 1 + \frac{35}{64} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 \left( 1 + \frac{\delta_h}{R_0} + \frac{3}{4} \left( \frac{\delta_h}{R_0} \right)^2 + \dots \right) \right) \right] \quad (16)$$

**Model Fluida Power-law**

Model fluida Power-law atau dikenal dengan hubungan Ostwald-de Waele memiliki persamaan kontinitif:

$$\left(-\frac{dw}{dr}\right) = \left(\frac{\tau}{m}\right)^{\frac{1}{n}} \tag{17}$$

Dengan  $\tau$  adalah tegangan geser,  $m$  dan  $n$  adalah konstanta yang berhubungan dengan aliran. Laju aliran volume  $Q$  diberikan oleh (Bird *et al.*, 1960):

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_R} \int_0^{\tau_R} \tau^2 f(\tau) d\tau \tag{18}$$

dengan,

$$\tau = -\frac{1}{2}r \frac{dp}{dz} \tag{19}$$

$$\tau_R = -\frac{1}{2}R \frac{dp}{dz}$$

disini  $dp/dz$  adalah gradien tekanan dan  $\tau_R$  adalah tegangan geser pada dinding pembuluh. Substitusi persamaan (17) dan (19) ke dalam persamaan (18) diperoleh;

$$\frac{dp}{dz} = -2m \left(\frac{3n+1}{n\pi} Q\right)^n \frac{1}{R^{(3n+1)}} \tag{20}$$

Integrasikan persamaan (20) dengan menggunakan syarat  $p = p_i$  pada  $z = 0$  dan  $p = p_o$  pada  $z = L$  diperoleh:

$$p_i - p_o = \left(2m \left(\frac{3n+1}{n\pi} Q\right)^n \frac{1}{R^{(3n+1)}}\right) \int_0^L \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} \tag{21}$$

dengan  $R/R_o$  diberikan oleh persamaan (10).

Definisikan Resistansi Aliran,  $\lambda$  sebagai berikut (Shukla *et al.*, 1980):

$$\lambda = \frac{p_i - p_o}{Q} \tag{22}$$

Persamaan (20) dan (21) disubstitusikan ke persamaan (22) diperoleh resistansi aliran sebagai berikut:

$$\lambda = \left(2m \left(\frac{3n+1}{n\pi}\right)^n \frac{1}{Q^{(2-n)R^{(3n+1)}}}\right) \cdot \left[ \int_0^d \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} + \int_d^{d+\frac{L_o}{2}} \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} + \int_{d+\frac{L_o}{2}}^{d+L_o} \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} + \int_{d+L_o}^L \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} \right] \tag{23}$$

Perbandingan resistansi aliran,

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_w} = \frac{1}{L} \left[ \int_0^d \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} + \int_{d+L_o}^L \frac{dz}{(R/R_o)^{(2n+1)}} + I_1 + I_2 \right] \tag{24}$$

dengan,

$$I_1 = \int_d^{d+\frac{L_o}{2}} \frac{dz}{(R/R_o)^{(3n+1)}} \tag{25}$$

$$I_2 = \int_{d+\frac{L_o}{2}}^{d+L_o} \frac{dz}{(R/R_o)^{(3n+1)}} \tag{26}$$

Dengan menggunakan persamaan (20), diperoleh:

$$I_1 = \frac{L_o}{2} \left[ \frac{1 + \frac{3n+1}{2} \left(\frac{\delta_h}{R_o}\right) + \frac{(3n+1)(3n+2)}{6} \left(\frac{\delta_h}{R_o}\right)^2 + \dots}{6} \right] \tag{27}$$

$$I_2 = \frac{L_o}{2} \left[ \frac{1}{3n! \left(\sqrt{a^2 - b^2}\right)^{(2n+1)} + \sum_{s=0}^{2n} (-1)^s \frac{3n! (3n+s)!}{(s!)^2 (3n-s)!} \left(\frac{-a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2\sqrt{a^2 - b^2}}\right)^s} \right] \tag{28}$$

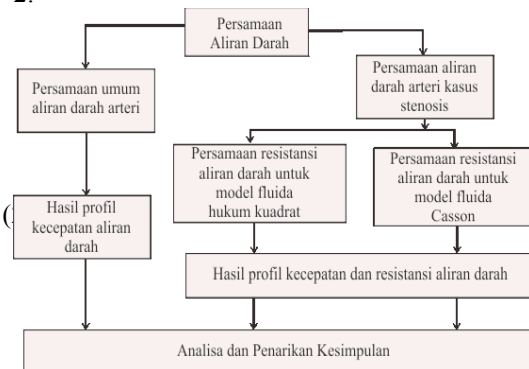
Substitusi persamaan (27) dan (28) ke persamaan (24) diperoleh perbandingan resistansi aliran untuk model fluida *Power-law*:

$$\bar{\lambda} = 1 - \frac{L_o}{L} + \left[ \frac{L_o}{2L} \left( \frac{1 + \frac{3n+1}{2} \left(\frac{\delta_h}{R_o}\right) + \frac{(3n+1)(3n+2)}{6} \left(\frac{\delta_h}{R_o}\right)^2 + \dots}{6} + \frac{1}{3n! \left(\sqrt{a^2 - b^2}\right)^{(2n+1)} + \sum_{s=0}^{2n} (-1)^s \frac{3n! (3n+s)!}{(s!)^2 (3n-s)!} \left(\frac{-a + \sqrt{a^2 - b^2}}{2\sqrt{a^2 - b^2}}\right)^s} \right) \right] \tag{29}$$

dengan  $\lambda$  adalah resistansi aliran,  $L$  adalah panjang arteri,  $L_o$  adalah panjang stenosis,  $a = 1 - (\delta_h/2R_o)$  dan  $b = (\delta_h/2R_o)$ .

**METODE**

Program simulasi dibuat berdasarkan rumusan Womersley (1955) untuk profil kecepatan darah dalam pembuluh arteri. Profil kecepatan dibatasi pada kecepatan radial. Program dibuat juga untuk menghitung resistansi aliran darah pada kasus stenosis di arteri. Diagram alir pengambilan data diperlihatkan pada Gambar 2.



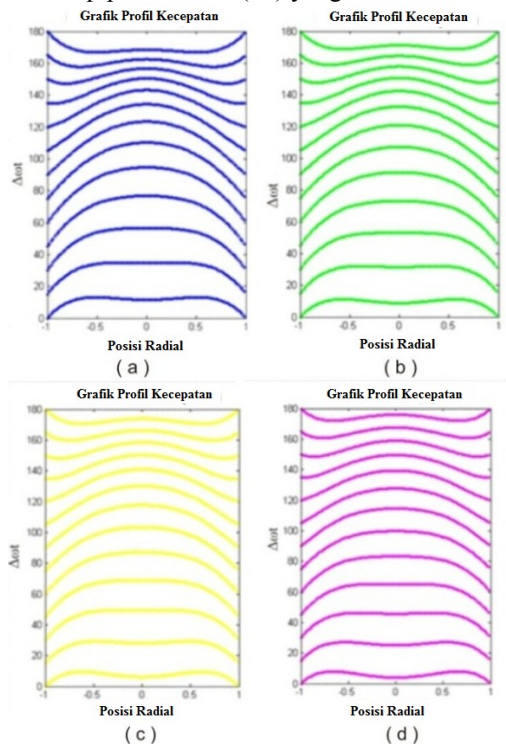
Gambar 2. Tahapan penelitian

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Telah dilakukan simulasi aliran darah dalam pembuluh arteri dengan memakai persamaan aliran darah untuk gradien tekanan berdenyut (*pulsatile*).

### Profil Kecepatan Aliran Darah dalam Arteri tanpa Stenosis

Hasil simulasi profil kecepatan aliran darah untuk beberapa nilai bilangan Womersley diperlihatkan dalam Gambar 3, dimana profil kecepatan diambil plot antara posisi radial terhadap posisi sudut ( $\omega t$ ) yang berbeda-beda.

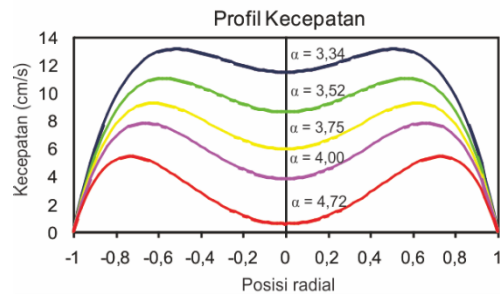


Gambar 3. Profil kecepatan aliran darah dalam arteri untuk beberapa bilangan Womersley. Profil kecepatan diplot untuk interval  $\Delta\omega t = 15^\circ$ . (a).  $\alpha = 3,34$ . (b).  $\alpha = 3,52$ . (c).  $\alpha = 3,75$ , (d).  $\alpha = 4,00$ .

Terlihat profil kecepatan aliran darah menunjukkan pola yang sama untuk setiap bilangan Womersley, namun dengan nilai kecepatan yang berbeda. Ketika bilangan Womersley makin besar, terlihat profil kecepatan menjadi lebih datar. Profil kecepatan untuk  $\Delta\omega t = 180^\circ$  memiliki nilai yang sama dengan  $\Delta\omega t = 0^\circ$  tetapi dengan tanda yang berlawanan. Hal ini mengikuti pola dari sumber

aliran berdenyut (berosilasi) menggunakan gradien tekanan sinusoidal yang terdiri dari sinus dan kosinus, dimana terjadi pembalikan fase setelah  $180^\circ$ .

Gambar 4 memperlihatkan plot profil kecepatan aliran darah saat  $\Delta\omega t = 0^\circ$  untuk beberapa nilai bilangan Womersley. Terlihat bahwa semakin kecil bilangan Womersley semakin besar kecepatan aliran. Misalnya untuk bilangan Womersley paling kecil 3,34 kecepatannya berfluktuasi disekitar 12 sampai 14 cm/s, besar kecepatan aliran untuk bilangan ini adalah paling besar diantara tiga bilangan Womersley lainnya.



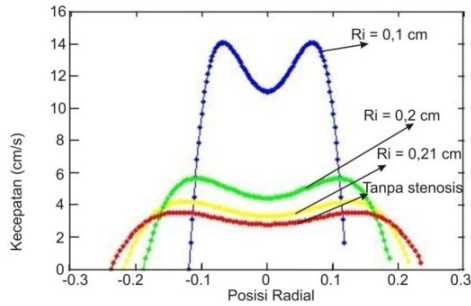
Gambar 4. Profil kecepatan aliran darah dalam arteri untuk beberapa bilangan Womersley ( $\alpha$ ) pada saat  $\Delta\omega t = 0^\circ$ .

Profil kecepatan terlihat memiliki puncak maksimum dan minimum yang tingginya berbeda untuk setiap bilangan Womersley yang dipakai. Rata-rata untuk tiap-tiap bilangan Womersley puncak maksimumnya terletak pada posisi radial antara 0,4 sampai 0,8, sedangkan untuk puncak minimumnya untuk semua variasi bilangan Womersley terletak di sumbu pembuluh darah. Adanya puncak maksimum dan puncak minimum pada profil kecepatan ini dikarenakan aliran darah dipompa oleh jantung yang menghasilkan gradien tekanan yang berdenyut sehingga aliran darah berosilasi terhadap waktu.

### Pengaruh Stenosis Terhadap Profil Kecepatan Aliran

Simulasi profil kecepatan aliran darah pada kasus stenosis dibuat dengan parameter sebagai berikut:  $\alpha = 3,52$ ;  $R_0 = 0,24$  cm;  $L = 10$  cm,  $\rho = 1,05$  g/cm<sup>3</sup>, dan  $\mu = 3,0 \times 10^{-3}$  Kg/m.s. Profil kecepatan aliran dalam pembuluh arteri dengan variasi jarak stenosis dari sumbu pembuluh darah ( $R_i$ ) diperlihatkan dalam Gambar 5. Makin jauh posisi stenosis dari sumbu pembuluh darah makin rendah kecepatan

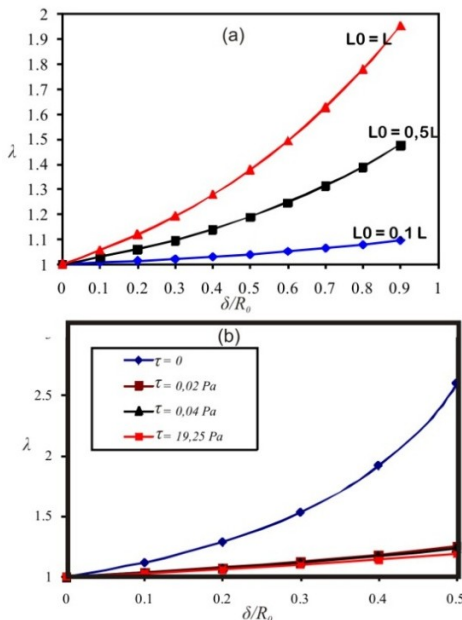
aliran. Dari Gambar 7 terlihat bahwa makin jauh posisi stenosis dari sumbu pembuluh darah, berarti juga makin kecil ukuran stenosis, sehingga penampang lintang aliran yang dilalui darah makin besar.



Gambar 5. Profil kecepatan aliran darah untuk beberapa nilai jarak stenosis dari sumbu pembuluh darah

**Pengaruh Tinggi Stenosis Pada Resistansi Aliran untuk Model Fluida Casson**

Kurva tinggi stenosis terhadap resistansi aliran untuk nilai panjang stenosis berturut-turut  $L_0 = 0,1L$ ,  $L_0 = 0,5L$ , dan  $L_0 = L$  diperlihatkan dalam Gambar 6a. Perhitungan dilakukan dengan parameter-parameter;  $n = 1$ ,  $R_0 = 2,4$  mm,  $\rho = 1,05$  g/cm<sup>3</sup>,  $\mu = 3,5 \times 10^{-3}$  kg/m.s,  $\tau = 19,25$  Pa, dan  $\alpha = 3,59$ .



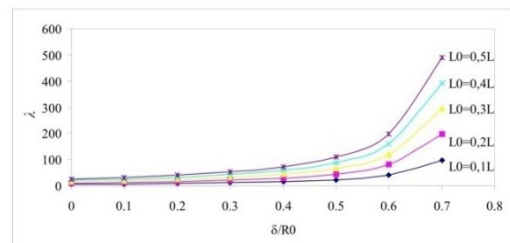
Gambar 6. (a). Variasi  $\lambda$  terhadap  $\delta/R_0$  saat  $\tau = 19,25$  Pa untuk beberapa nilai  $L_0$ . (b). Variasi  $\lambda$  terhadap  $\delta/R_0$  untuk beberapa  $\tau$ .

Dalam Gambar 6a terlihat bahwa resistansi aliran bertambah dengan bertambahnya ukuran (tinggi dan panjang) stenosis. Hal ini terjadi karena pada stenosis terdapat penghalang yang terbentuk dari plak pada dinding-dinding pembuluh darah. Artinya, kenaikan nilai resistansi aliran terhadap bertambahnya tinggi stenosis akan sangat besar jika stenosis bertambah panjang atau stenosis tersebut berada disepanjang pembuluh darah. Hasil ini juga sesuai dengan hasil yang diperoleh oleh peneliti lain (Joshi *et al*, 2010).

Kurva tinggi stenosis terhadap resistansi aliran untuk beberapa nilai tegangan geser diperlihatkan dalam Gambar 6b. Perhitungan diambil untuk nilai  $n = 1$ ,  $\rho = 1,05$  g/cm<sup>3</sup>,  $\mu = 3,5 \times 10^{-3}$  Kg/m.s, dan  $L_0 = 0,5L$ . Dalam Gambar 6b terlihat bahwa resistansi aliran berkurang apabila tegangan geser bertambah. Misalnya untuk tegangan geser yang bernilai rendah seperti 0 Pa, 0,02 Pa dan 0,04 Pa resistansi alirannya cenderung bertambah sangat besar seiring bertambahnya ukuran stenosis. Sedangkan untuk nilai tegangan geser yang relatif besar 19,25 Pa, kenaikan resistansi aliran terhadap bertambahnya ukuran stenosis tidak terlalu besar. Hal ini terjadi karena tegangan geser membuat pembuluh darah menjadi lentur sehingga memudahkan darah mengalir.

**Pengaruh Tinggi Stenosis terhadap Resistansi Aliran untuk Model Fluida Hukum Kuadrat**

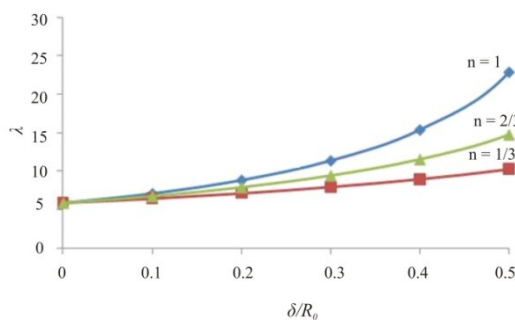
Kurva tinggi stenosis terhadap resistansi aliran untuk nilai panjang stenosis berturut-turut  $L_0 = 0,1L$ ,  $L_0 = 0,5L$ , dan  $L_0 = L$  diperlihatkan dalam Gambar 7. Perhitungan dilakukan untuk  $n = 1$ ,  $R_0 = 2,4$  mm,  $\rho = 1,05$  g/cm<sup>3</sup>, dan  $\mu = 3,5 \times 10^{-3}$  kg/m.s.



Gambar 7. Variasi nilai resistansi aliran ( $\lambda$ ) dengan tinggi stenosis ( $\delta/R_0$ ) saat  $\tau = 19,25$  Pa untuk beberapa nilai panjang stenosis ( $L_0$ )

Dalam Gambar 7 terlihat bahwa resistansi aliran memperlihatkan perilaku yang sama untuk model fluida Casson, dimana resistansi

aliran bertambah dengan bertambahnya ukuran (tinggi dan panjang) stenosis. Untuk kurva dengan panjang stenosis 0,5 dari panjang pembuluh, kenaikan resistansi aliran terhadap bertambahnya tinggi stenosis lebih besar dibandingkan keempat kurva yang lainnya. Hal ini terjadi karena pada stenosis terdapat penghalang yang terbentuk dari plak pada dinding-dinding pembuluh darah, sehingga akan menghalangi aliran darah.



Gambar 8. Kurva resistansi aliran ( $\lambda$ ) dengan tinggi stenosis untuk harga  $n$  yang berbeda.

Gambar 8 memperlihatkan kurva resistansi aliran ( $\lambda$ ) dengan tinggi stenosis untuk harga  $n$  yang berbeda. Perhitungan dilakukan untuk  $R_0 = 2,4$  mm,  $\rho = 1,05$  g/cm<sup>3</sup>,  $\mu = 3,5 \times 10^{-3}$  kg/m.s, dan  $L_0 = 0,1L$ . Terlihat bahwa resistansi aliran bertambah dengan bertambahnya tinggi stenosis, serta resistansi aliran juga bertambah dengan bertambahnya harga indeks  $n$ .

### KESIMPULAN

Simulasi profil kecepatan aliran darah pada kasus stenosis memperlihatkan makin jauh posisi stenosis dari sumbu pembuluh darah yang berarti juga makin kecil ukuran stenosis, makin rendah kecepatan aliran, begitupun sebaliknya. Untuk model fluida *Casson*, diperoleh resistansi aliran bertambah dengan bertambahnya ukuran (tinggi dan panjang) stenosis. Sedangkan resistansi aliran berkurang apabila tegangan geser bertambah. Dalam model fluida *Power-law*, resistansi aliran bertambah dengan bertambahnya tinggi stenosis, serta resistansi aliran juga bertambah dengan bertambahnya harga indeks  $n$ .

### DAFTAR PUSTAKA

- Bird R.B, Steward W.E & Lightfoot E.N. 1960. *Transport Phenomena*, Wiley, New York.
- Joshi P, Pathak A & Joshi BK. 2010. Modelling of arterial stenosis and its effect on flow of blood, *International Journal of Applied Mathematics and Computation*. **2**(4): 23-31.
- Paquette R, Hiller E & Munker R. 2007. The Myeloproliferative Syndromes, dalam *Modern Hematology*, Munker R, Hiller E, Glass J & Paquette R (Eds). Humana Press Inc.
- Rosencranz R & Bogen SA. 2006. Clinical Laboratory Measurement of Serum, Plasma, and Blood Viscosity. *Am J Clin Pathol*. **125**: S78-S86.
- Sankar DS & Hemalatha. 2006. Pulsatile flow of Hershel-Bulkley fluid through stenosed arteries- A mathematical model. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. **41**: 979-990.
- Shukla JB, Gupta SP & Parihar RS. 1980. Biorheological aspects of blood flow through artery with mild stenosis: Effect of peripheral layer. *Biorheology*. **17**: 403-410.
- Sapna RS. 2009. Analysis of non-newtonian fluid flow in a stenosed artery. *International Journal of Physical Science*. **4**(11): 663-671.
- Srivastava LM. 1985. Flow of couple stress fluid through stenotic blood vessels. *J. Biomech*, **18**: 479-85.
- Tamariz LJ, Young JH, Pankow JS, Yeh HC, Schmidt MI, Astor B & Brancati BL. 2008. Blood Viscosity and Hematocrit as Risk Factors for Type 2 Diabetes Mellitus The Atherosclerosis Risk in Communities (ARIC) Study. *Am J Epidemiol*. **168**: 1153-1160.
- Tu C & Deville M. 1996. Pulsatile flow of non-Newtonian fluids through arterial stenosis. *J. Biomech*. **29**: 899-908.
- Womersley JR. 1955. Method for the Calculation of Velocity, Rate of Flow and Viscous Drag in Arteries when the Pressure Gradient is Known. *J. Physiol*. **127**: 553-563.